CAREERS 360

PREPARATION Series

CBSE Class 12Th

Mathematics

Previous Year Question Papers

Content

Question Papers for Examination 2025 — 3

- Series: W1XZY
  - Set 1
  - Set 2
  - Set 3

Question Papers for Examination 2024 — 72

- Series: PQ1RS/1
  - Set 1
  - Set 2
  - Set 3

Question Papers for Examination 2023 — 141

- Series: EF1GH/1
  - Set 1
  - Set 2
  - Set 3

Question Papers for Examination 2022 — 210

- Series: ABCD3/1
  - Set 1
  - Set 2
  - Set 3

Series : W1XZY

SET ~ 1

रोल नं.

Roll No.

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/1**

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित
MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे — *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours — *Maximum Marks : 80*

नोट

(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।

(II) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।

(III) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।

(IV) **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**

(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।

NOTE

(I) Please check that this question paper contains **23** printed pages.

(II) Please check that this question paper contains **38** questions.

(III) Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(IV) **Please write down the serial number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**

(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. ~

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में कुल **38** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – खण्ड-**क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) *खण्ड – **क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) *खण्ड – **ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) *खण्ड – **ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) *खण्ड – **घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) *खण्ड – **ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड – **ख** के **2** प्रश्नों में, खण्ड – **ग** के **3** प्रश्नों में, खण्ड – **घ** के **2** प्रश्नों में तथा खण्ड-**ङ** के **2** प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड – क

इस खण्ड में **20** बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न का **1** अंक है । **20 × 1 = 20**

1. यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} है

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This Question paper contains* ***38*** *questions.* ***All*** *questions are* ***compulsory****.*

(ii) *Question paper is divided into* ***FIVE*** *Sections – Section* ***A, B, C, D*** *and* ***E****.*

(iii) *In Section* ***A*** *– Question Number* ***1*** *to* ***18*** *are Multiple Choice Questions (MCQs) and Question Number* ***19*** *&* ***20*** *are Assertion-Reason based questions of* ***1*** *mark each.*

(iv) *In Section* ***B*** *– Question Number* ***21*** *to* ***25*** *are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying* ***2*** *marks each.*

(v) *In Section* ***C*** *– Question Number* ***26*** *to* ***31*** *are Short Answer (SA) type questions, carrying* ***3*** *marks each.*

(vi) *In Section* ***D*** *– Question Number* ***32*** *to* ***35*** *are Long Answer (LA) type questions, carrying* ***5*** *marks each.*

(vii) *In Section* ***E*** *– Question Number* ***36*** *to* ***38*** *are case study based questions, carrying* ***4*** *marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in* ***2*** *questions in Section –* ***B, 3*** *questions in Section –* ***C****, 2 questions in Section –* ***D*** *and* ***2*** *questions in Section –* ***E****.*

(ix) *Use of calculator is* ***NOT*** *allowed.*

SECTION – A

This section comprises of **20** Multiple Choice Questions (MCQs) of **1** mark each. **20 × 1 = 20**

1. If $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, then A^{-1} is

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. यदि सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ तथा सदिश $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ हैं, तो निम्न में से कौन सा सही है ?

(A) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ (B) $\vec{a} \perp \vec{b}$

(C) $|\vec{b}| > |\vec{a}|$ (D) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

3. $\int_{-1}^{1} \frac{|x|}{x} \, dx, x \neq 0$; बराबर है :

(A) -1 (B) 0

(C) 1 (D) 2

4. निम्न में से कौन सा x तथा y में एक समघातीय फलन नहीं है ?

(A) $y^2 - xy$ (B) $x - 3y$

(C) $\sin^2 \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ (D) $\tan x - \sec y$

5. यदि $f(x) = |x| + |x - 1|$ है, तो निम्न में से कौन सा सही है ?

(A) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ संतत तथा अवकलनीय है ।

(B) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ अवकलनीय है परन्तु संतत नहीं है ।

(C) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ संतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है ।

(D) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ न तो संतत है और न ही अवकलनीय है ।

6. यदि A कोटि 2 का एक ऐसा वर्ग आव्यूह है जिसके लिए det (A) = 4 है, तो det (4 adj A) बराबर है :

(A) 16 (B) 64

(C) 256 (D) 512

7. यदि E तथा F दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं जिनके लिए $P(E) = \frac{2}{3}$ तथा $P(F) = \frac{3}{7}$ है, तो $P(E/\overline{F})$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{7}{9}$

2. If vector $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and vector $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, then which of the following is correct ?

(A) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ (B) $\vec{a} \perp \vec{b}$

(C) $|\vec{b}| > |\vec{a}|$ (D) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

3. $\int_{-1}^{1} \frac{|x|}{x} dx, x \neq 0$ is equal to

(A) -1 (B) 0

(C) 1 (D) 2

4. Which of the following is <u>not</u> a homogeneous function of x and y ?

(A) $y^2 - xy$ (B) $x - 3y$

(C) $\sin^2 \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ (D) $\tan x - \sec y$

5. If $f(x) = |x| + |x - 1|$, then which of the following is correct ?

(A) $f(x)$ is both continuous and differentiable, at $x = 0$ and $x = 1$.

(B) $f(x)$ is differentiable but not continuous, at $x = 0$ and $x = 1$.

(C) $f(x)$ is continuous but not differentiable, at $x = 0$ and $x = 1$.

(D) $f(x)$ is neither continuous nor differentiable, at $x = 0$ and $x = 1$.

6. If A is a square matrix of order 2 such that det (A) = 4, then det (4 adj A) is equal to :

(A) 16 (B) 64

(C) 256 (D) 512

7. If E and F are two independent events such that $P(E) = \frac{2}{3}$, $P(F) = \frac{3}{7}$, then $P(E/\overline{F})$ is equal to :

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{7}{9}$

8. फलन $f(x) = x^3 - 3x + 2$ का $[0, 2]$ में निरपेक्ष उच्चतम मान है :

(A) 0 (B) 2

(C) 4 (D) 5

9. माना $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ -7 \end{bmatrix}$ तथा $C = [9 \ 8 \ 7]$ है, तो निम्न में से कौन सा परिभाषित है ?

(A) केवल AB (B) केवल AC

(C) केवल BA (D) सभी AB, AC तथा BA

10. यदि $\int \frac{2^{\frac{1}{x}}}{x^2} \, dx = k \cdot 2^{\frac{1}{x}} + C$ है, तो k बराबर है

(A) $\frac{-1}{\log 2}$ (B) $-\log 2$

(C) -1 (D) $\frac{1}{2}$

11. यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, $|\vec{a}| = \sqrt{37}$, $|\vec{b}| = 3$ तथा $|\vec{c}| = 4$ है, तो $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ के बीच का कोण है :

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

12. अवकल समीकरण $(x + 2y^3) \frac{dy}{dx} = 2y$ का समाकलन गुणक है :

(A) $e^{\frac{y^2}{2}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{y}}$

(C) $\frac{1}{y^2}$ (D) $e^{-\frac{1}{y^2}}$

8. The absolute maximum value of function $f(x) = x^3 - 3x + 2$ in [0, 2] is :

(A) 0 (B) 2

(C) 4 (D) 5

9. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ -7 \end{bmatrix}$, $C = [9 \ 8 \ 7]$, which of the following is defined ?

(A) Only AB (B) Only AC

(C) Only BA (D) All AB, AC and BA

10. If $\int \frac{2^{\frac{1}{x}}}{x^2}\, dx = k \cdot 2^{\frac{1}{x}} + C$, then k is equal to

(A) $\frac{-1}{\log 2}$ (B) $-\log 2$

(C) -1 (D) $\frac{1}{2}$

11. If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, $|\vec{a}| = \sqrt{37}$, $|\vec{b}| = 3$ and $|\vec{c}| = 4$, then angle between $\vec{b}$ and $\vec{c}$ is

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

12. The integrating factor of differential equation $(x + 2y^3)\frac{dy}{dx} = 2y$ is

(A) $e^{\frac{y^2}{2}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{y}}$

(C) $\frac{1}{y^2}$ (D) $e^{-\frac{1}{y^2}}$

13. यदि $A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & x \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix}$ एक अदिश आव्यूह है, तो y^x बराबर है :

(A) 0 (B) 1

(C) 7 (D) ± 7

14. एक रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के आलेखीय निरूपण के सुसंगत क्षेत्र के कोनीय शीर्ष (2, 72), (15, 20) और (40, 15) हैं। यदि $Z = 18x + 9y$ इसका उद्देश्य फलन है, तो

(A) Z (2, 72) पर अधिकतम, तथा (15, 20) पर न्यूनतम होगा।

(B) Z (15, 20) पर अधिकतम, तथा (40, 15) पर न्यूनतम होगा।

(C) Z (40, 15) पर अधिकतम, तथा (15, 20) पर न्यूनतम होगा।

(D) Z (40, 15) पर अधिकतम, तथा (2, 72) पर न्यूनतम होगा।

15. यदि A तथा B व्युत्क्रमणीय आव्यूह हैं, तो निम्न में से कौन सा सही नहीं है ?

(A) $(A + B)^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$ (B) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

(C) $\text{adj}(A) = |A| A^{-1}$ (D) $|A|^{-1} = |A^{-1}|$

16. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या, जिसका उद्देश्य फलन $Z = ax + by$ है, का सुसंगत क्षेत्र एक परिबद्ध क्षेत्र है, तो निम्न में से कौन सा सही है ?

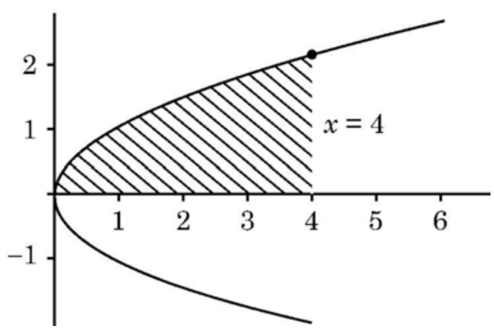
(A) इसका केवल अधिकतम मान होगा।

(B) इसका केवल न्यूनतम मान होगा।

(C) इसके अधिकतम तथा न्यूनतम दोनों मान होंगे।

(D) इसका न तो अधिकतम और न ही न्यूनतम मान होगा।

17. वक्र $y^2 = x$, $x = 4$ तथा x-अक्ष के बीच के छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल प्रदत्त है :



(A) $\int_0^4 x \, dx$ (B) $\int_0^2 y^2 \, dy$

(C) $2\int_0^4 \sqrt{x} \, dx$ (D) $\int_0^4 \sqrt{x} \, dx$

13. If $A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & x \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix}$ is a scalar matrix, then y^x is equal to

(A) 0 (B) 1

(C) 7 (D) ± 7

14. The corner points of the feasible region in graphical representation of a L.P.P. are (2, 72), (15, 20) and (40, 15). If $Z = 18x + 9y$ be the objective function, then

(A) Z is maximum at (2, 72), minimum at (15, 20)

(B) Z is maximum at (15, 20) minimum at (40, 15)

(C) Z is maximum at (40, 15), minimum at (15, 20)

(D) Z is maximum at (40, 15), minimum at (2, 72)

15. If A and B are invertible matrices, then which of the following is not correct ?

(A) $(A + B)^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$ (B) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

(C) $\text{adj}\,(A) = |A|\,A^{-1}$ (D) $|A|^{-1} = |A^{-1}|$

16. If the feasible region of a linear programming problem with objective function $Z = ax + by$, is bounded, then which of the following is correct ?

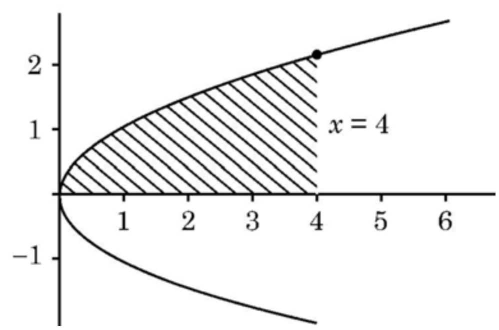
(A) It will only have a maximum value.

(B) It will only have a minimum value.

(C) It will have both maximum and minimum values.

(D) It will have neither maximum nor minimum value.

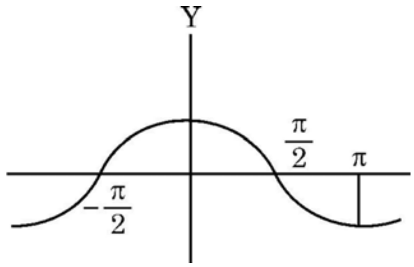
17. The area of the shaded region bounded by the curves $y^2 = x$, $x = 4$ and the x-axis is given by

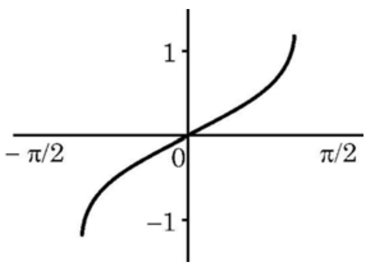


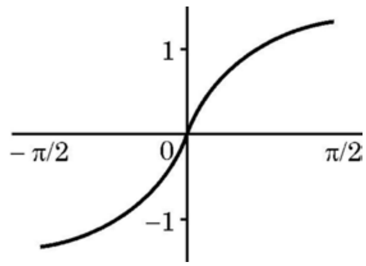
(A) $\int_0^4 x\,dx$ (B) $\int_0^2 y^2\,dy$

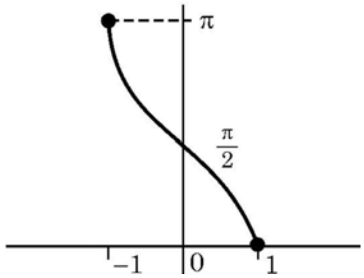
(C) $2\int_0^4 \sqrt{x}\,dx$ (D) $\int_0^4 \sqrt{x}\,dx$

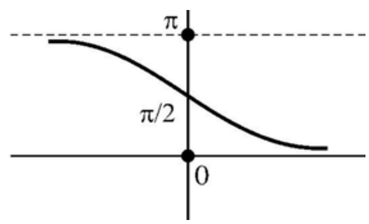
18. एक त्रिकोणमितीय फलन का ग्राफ दिया गया है। निम्न में से कौन सा इसके व्युत्क्रम के ग्राफ को दर्शाता है ?



(A)


(B)


(C)


(D)


अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

निर्देश : प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन (A) और तर्क (R) आधारित प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न का **1** गुण है। दो कथन दिए गए हैं। जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है। इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए।

(A) दोनों, अभिकथन (A) तथा तर्क (R) सही हैं। तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

(B) दोनों, अभिकथन (A) तथा तर्क (R) सही हैं परंतु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है।

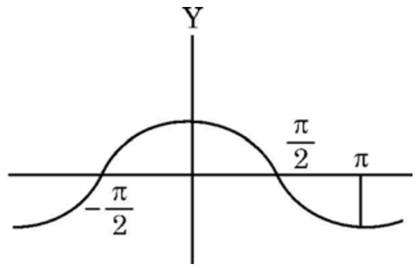
(C) अभिकथन (A) सही है परन्तु तर्क (R) गलत है।

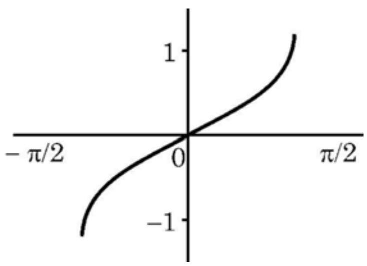
(D) अभिकथन (A) गलत है जबकि तर्क (R) सही है।

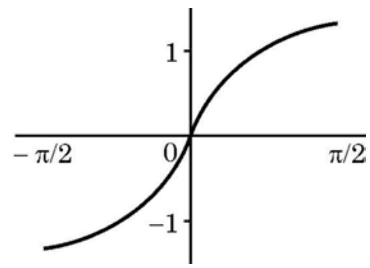
19. **अभिकथन (A)** : माना Z पूर्णांकों का समुच्चय है। एक फलन $f : Z \to Z$, जो $f(x) = 3x - 5$, $\forall x \in Z$ द्वारा परिभाषित है, एकैकी-आच्छादक है।

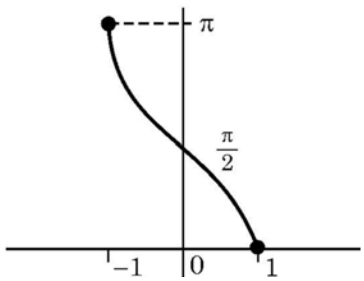
तर्क (R) : वह फलन जो एकैकी है तथा आच्छादक भी है, एकैकी-आच्छादक होता है।

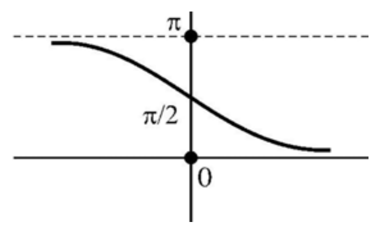
18. The graph of a trigonometric function is as shown. Which of the following will represent graph of its inverse ?



(A)


(B)


(C)


(D)


Assertion – Reason Based Questions

Direction : Question numbers **19** and **20** are Assertion (A) and Reason (R) based questions carrying **1** mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and other labelled Reason (R). Select the correct answer from the options (A), (B), (C) and (D) as given below.

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and the Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is not the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. **Assertion (A) :** Let Z be the set of integers. A function f : Z → Z defined as $f(x) = 3x - 5$, $\forall x \in Z$ is a bijective.

Reason (R) : A function is a bijective if it is both surjective and injective.

20. **अभिकथन (A)** : $f(x) = \begin{cases} 3x - 8, & x \le 5 \\ 2k, & x > 5 \end{cases}$

$k = \frac{5}{2}$ के लिए, $x = 5$ पर संतत है ।

तर्क (R) : $x = a$ पर फलन f संतत है यदि

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$$

खण्ड – ख **5 × 2 = 10**

इस खण्ड में **5** अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं ।

21. (a) $2^{\cos^2 x}$ का $\cos^2 x$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए ।

अथवा

(b) यदि $\tan^{-1}(x^2 + y^2) = a^2$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

22. मान ज्ञात कीजिए : $\tan^{-1}\left[2\sin\left(2\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]$

23. एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके विकर्ण $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं ।

24. वे अंतराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन $f(x) = 5x^{\frac{3}{2}} - 3x^{\frac{5}{2}}$ (i) वर्धमान है (ii) ह्रासमान है ।

25. (a) दो मित्र अलग-अलग स्थानों से पतंग उड़ाते समय पाते हैं कि उनकी पतंग की डोर एक दूसरे को छू रही हैं । डोरियों को सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ द्वारा निरूपित किया जा सकता है । यह मानते हुए कि डोरियों में कोई ढील नहीं है, उनके बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) परिमाण 21 इकाई का एक सदिश ज्ञात कीजिए जो सदिश $\overrightarrow{AB}$ की विपरीत दिशा में हो जहाँ A(2, 1, 3) तथा B(8, –1, 0) हैं ।

20. **Assertion (A)** : $f(x) = \begin{cases} 3x - 8, & x \leq 5 \\ 2k \;\;, & x > 5 \end{cases}$

is continuous at $x = 5$ for $k = \frac{5}{2}$.

Reason (R) : For a function f to be continuous at $x = a$,

$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$.

SECTION – B **5 × 2 = 10**

This section comprises of **5** Very Short Answer (VSA) type questions of **2** marks each.

21. (a) Differentiate $2^{\cos^2 x}$ w.r.t $\cos^2 x$.

OR

(b) If $\tan^{-1}(x^2 + y^2) = a^2$, then find $\frac{dy}{dx}$.

22. Evaluate : $\tan^{-1}\left[2\sin\left(2\cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]$

23. The diagonals of a parallelogram are given by $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$. Find the area of the parallelogram.

24. Find the intervals in which function $f(x) = 5x^{\frac{3}{2}} - 3x^{\frac{5}{2}}$ is (i) increasing (ii) decreasing.

25. (a) Two friends while flying kites from different locations, find the strings of their kites crossing each other. The strings can be represented by vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$. Determine the angle formed between the kite strings. Assume there is no slack in the strings.

OR

(b) Find a vector of magnitude 21 units in the direction opposite to that of $\overrightarrow{AB}$ where A and B are the points A(2, 1, 3) and B(8, –1, 0) respectively.

खण्ड – ग

$6 \times 3 = 18$

इस खण्ड में **6** लघु उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं ।

26. एक समबाहु त्रिभुज की भुजा 3 cm/s की दर से बढ़ रही है । इसके क्षेत्रफल के बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए जब भुजा 15 cm हो ।

27. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफ द्वारा हल कीजिए :

व्यवरोधों $x - y \geq 0$

$x - 2y \geq -2$

$x \geq 0, y \geq 0$

के अंतर्गत $Z = x + 2y$ का अधिकतमीकरण करना ।

28. (a) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x} \, dx$

अथवा

(b) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^3 x \sqrt{2 \sin 2x}}$

29. (a) सत्यापित कीजिए कि $\vec{r} = (1 - \lambda)\hat{i} + (\lambda - 2)\hat{j} + (3 - 2\lambda)\hat{k}$ तथा $\vec{r} = (\mu + 1)\hat{i} + (2\mu - 1)\hat{j} - (2\mu + 1)\hat{k}$ द्वारा प्रदत्त रेखाएँ विषमतलीय हैं । अत: इनके बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) एक क्रिकेट मैच में, गेंदबाज, विकेट कीपर और लेग स्लिप क्षेत्र रक्षक की स्थिति एक पंक्ति में हैं तथा $\vec{B} = 2\hat{i} + 8\hat{j}$, $\vec{W} = 6\hat{i} + 12\hat{j}$ तथा $\vec{F} = 12\hat{i} + 18\hat{j}$ द्वारा क्रमश: प्रदत्त है । वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें विकेट कीपर, गेंदबाज और लेग स्लिप क्षेत्र रक्षक को मिलाने वाले रेखा खण्ड को विभाजित करता है ।

SECTION – C $6 \times 3 = 18$

This section comprises of **6** Short Answer (SA) type questions of **3** marks each.

26. The side of an equilateral triangle is increasing at the rate of 3 cm/s. At what rate its area increasing when the side of the triangle is 15 cm ?

27. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximise $Z = x + 2y$

Subject to the constraints :

$x - y \geq 0$

$x - 2y \geq -2$

$x \geq 0, y \geq 0$

28. (a) Find : $\int \frac{x + \sin x}{1 + \cos x}\, dx$

OR

(b) Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^3 x \sqrt{2 \sin 2x}}$

29. (a) Verify that lines given by $\vec{r} = (1 - \lambda)\hat{i} + (\lambda - 2)\hat{j} + (3 - 2\lambda)\hat{k}$ and $\vec{r} = (\mu + 1)\hat{i} + (2\mu - 1)\hat{j} - (2\mu + 1)\hat{k}$ are skew lines. Hence, find shortest distance between the lines.

OR

(b) During a cricket match, the position of the bowler, the wicket keeper and the leg slip fielder are in a line given by $\vec{B} = 2\hat{i} + 8\hat{j}$, $\vec{W} = 6\hat{i} + 12\hat{j}$ and $\vec{F} = 12\hat{i} + 18\hat{j}$ respectively. Calculate the ratio in which the wicketkeeper divides the line segment joining the bowler and the leg slip fielder.

30. (a) किसी शनिवार, एक कक्षा में विद्यार्थियों की अनुपस्थिति की संख्या का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :

X	0	2	4	5
P(X)	p	2p	3p	p

जहाँ X, अनुपस्थित रहने वाले विद्यार्थियों की संख्या है ।

(i) p का मान ज्ञात कीजिए । **1**

(ii) शनिवार को अनुपस्थित रहने वाले विद्यार्थियों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(b) समाचार पत्र में विज्ञापित रिक्तियों के लिए 3000 उम्मीदवारों ने आवेदन दिए । प्राप्त आँकड़ों से यह पाया गया कि कुल आवेदनकर्ताओं का $\frac{2}{3}$ भाग महिलाएँ थीं तथा शेष पुरुष थे । नौकरी के लिए चयन लिखित परीक्षा द्वारा किया गया । आवेदनकर्ताओं के प्रदर्शन से संकेत मिलता है कि लिखित परीक्षा में एक पुरुष के विशिष्ट अंक प्राप्त करने की प्रायिकता 0.4 है, तथा महिला के विशिष्ट अंक प्राप्त करने की प्रायिकता 0.35 है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यादृच्छया चुना गया आवेदक, लिखित परीक्षा में विशिष्ट अंक प्राप्त करने वाला है ।

31. $y = |x + 3|$ का ग्राफ बनाइए तथा समाकलन के प्रयोग से वक्र तथा x-अक्ष के बीच के उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो $x = -6$ तथा $x = 0$ के बीच में है ।

खण्ड – घ **4 × 5 = 20**

इस खण्ड में **4** दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **5** अंक हैं ।

32. (a) यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x - y)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$.

अथवा

(b) यदि $x = a\left(\cos\theta + \log\tan\frac{\theta}{2}\right)$ तथा $y = \sin\theta$ है, तो $\theta = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए ।

33. फलन $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ के $[1, 5]$ में निरपेक्ष उच्चतम तथा निरपेक्ष न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

30. (a) The probability distribution for the number of students being absent in a class on a Saturday is as follows :

X	0	2	4	5
P(X)	p	2p	3p	p

Where X is the number of students absent.

(i) Calculate p. **1**

(ii) Calculate the mean of the number of absent students on Saturday. **2**

OR

(b) For the vacancy advertised in the newspaper, 3000 candidates submitted their applications. From the data it was revealed that two third of the total applicants were females and other were males. The selection for the job was done through a written test. The performance of the applicants indicates that the probability of a male getting a distinction in written test is 0.4 and that a female getting a distinction is 0.35. Find the probability that the candidate chosen at random will have a distinction in the written test.

31. Sketch the graph of y = | x + 3 | and find the area of the region enclosed by the curve, x-axis, between $x = -6$ and $x = 0$, using integration.

SECTION – D **4 × 5 = 20**

This section comprises of **4** Long Answer (LA) type questions of **5** marks each.

32. (a) If $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$, then prove that $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$.

OR

(b) If $x = a\left(\cos\theta + \log\tan\frac{\theta}{2}\right)$ and $y = \sin\theta$, then find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$.

33. Find the absolute maximum and absolute minimum of function $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ on [1, 5].

34. (a) रेखा $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{3}$ में बिंदु A(1, 6, 3) का प्रतिबिंब A' ज्ञात कीजिए । बिंदुओं A तथा A' को मिलाने वाली रेखा का समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) रेखा $\frac{x+5}{1}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-6}{-9}$ पर एक ऐसा बिंदु P ज्ञात कीजिए जिसकी बिंदु Q(2, 4, –1) से दूरी 7 इकाई हो । P तथा Q को मिलाने वाली रेखा का समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।

35. एक स्कूल अपने विद्यार्थियों को निम्न शर्तों के साथ तीन क्लबों में आबंटित करना चाहता है : खेल, संगीत और नाटक :

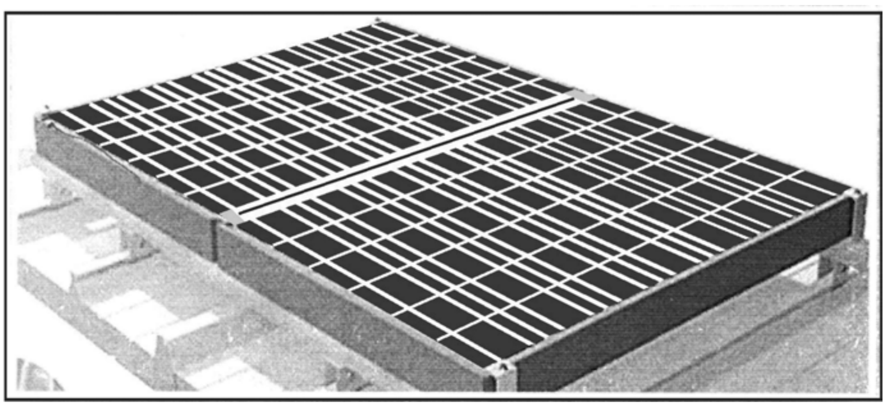
- खेल क्लब के विद्यार्थियों की संख्या, संगीत तथा नाटक क्लबों के विद्यार्थियों की संख्या के योगफल के समान हो ।
- संगीत क्लब के विद्यार्थियों की संख्या, खेल क्लब के विद्यार्थियों की संख्या के आधे से 20 अधिक हो ।
- इन तीनों क्लबों में आबंटित विद्यार्थियों की कुल संख्या 180 हो ।

मैट्रिक विधि द्वारा विभिन्न क्लबों में आबंटित विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए ।

खण्ड – ङ

इस खण्ड में **3** प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं । **3 × 4 = 12**

36.



एक टेक्निकल कम्पनी आयताकार सौर पैनल बना रही है । जिन्हें छत पर लगाने के लिए उसके पास 300 मीटर सीमा पर लगाने की सामग्री है । पैनल के डिजाइन में एक साइड के समांतर विभाजन है जो पैनल को दो भागों में बाँटता है । माना विभाजन के लंबवत वाली भुजा की लंबाई x मीटर तथा इसके समांतर वाली भुजा की लंबाई y मीटर है ।

34. (a) Find the image A' of the point A(1, 6, 3) in the line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$.

Also, find the equation of the line joining A and A'.

OR

(b) Find a point P on the line $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{-9}$ such that its distance from point Q(2, 4, –1) is 7 units. Also, find the equation of line joining P and Q.

35. A school wants to allocate students into three clubs : Sports, Music and Drama, under following conditions :

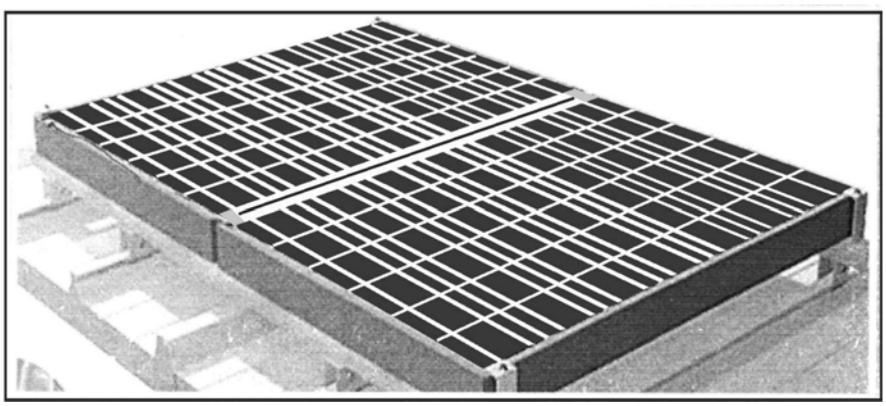
- The number of students in Sports club should be equal to the sum of the number of students in Music and Drama club.
- The number of students in Music club should be 20 more than half the number of students in Sports club.
- The total number of students to be allocated in all three clubs are 180.

Find the number of students allocated to different clubs, using matrix method.

SECTION – E

This section comprises of **3** case study based questions of **4** marks each.

3 × 4 = 12

36. 

A technical company is designing a rectangular solar panel installation on a roof using 300 metres of boundary material. The design includes a partition running parallel to one of the sides dividing the area (roof) into two sections.

Let the length of the side perpendicular to the partition be x metres and with parallel to the partition be y metres.

उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) सीमा की कुल सामग्री जो सीमा तथा समांतर विभाजन में प्रयोग होनी है, के प्रयोग से x तथा y में बनी समीकरण ज्ञात कीजिए । **1**

(ii) सौर पैनल का क्षेत्रफल x के फलन के रूप में लिखिए । **1**

(iii) (a) क्षेत्रफल फलन के क्रांतिक बिंदु ज्ञात कीजिए । द्वितीय अवकलज के प्रयोग से वह क्रांतिक बिंदु ज्ञात कीजिए जिस पर क्षेत्रफल अधिकतम है । अधिकतम क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(iii) (b) प्रथम अवकलज परीक्षण के प्रयोग से 300 मीटर सीमा सामग्री के प्रयोग से परिबद्ध अधिकतम क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जहाँ समांतर विभाजन को भी लिया गया है । **2**

37. एक कक्षा शिक्षक अपने छात्रों द्वारा उन्हें सिखाई गई "संबंधों" की अवधारणा की सीख का आकलन करने के लिए उत्सुक है । वह निम्न पाँच संबंध जिनमें प्रत्येक समुच्चय A = {1, 2, 3} पर परिभाषित है, लिखती है :

$R_1 = \{(2, 3), (3, 2)\}$

$R_2 = \{(1, 2), (1, 3), (3, 2)\}$

$R_3 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$

$R_4 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2)\}$

$R_5 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)\}$

विद्यार्थियों से उपरोक्त संबंधों के लिए निम्न लिखे प्रश्नों का उत्तर देने के लिए कहा जाता है :

(i) संबंध ज्ञात कीजिए जो स्वतुल्य और संक्रामक है परन्तु सममित नहीं है ।

(ii) संबंध ज्ञात कीजिए जो स्वतुल्य और सममित है परन्तु संक्रामक नहीं है ।

(iii) (a) संबंध ज्ञात कीजिए जो सममित हैं पर न तो स्वतुल्य और न ही संक्रामक है ।

अथवा

(iii) (b) संबंध R_2 को तुल्यता संबंध बनाने के लिए जिन युग्मों को जोड़ना होगा, उन्हें लिखिए ।

Based on this information, answer the following questions :

(i) Write the equation for the total boundary material used in the boundary and parallel to the partition in terms of x and y. **1**

(ii) Write the area of the solar panel as a function of x. **1**

(iii) (a) Find the critical points of the area function. Use second derivative test to determine critical points at the maximum area. Also, find the maximum area. **2**

OR

(iii) (b) Using first derivative test, calculate the maximum area the company can enclose with the 300 metres of boundary material, considering the parallel partition. **2**

37. A class-room teacher is keen to assess the learning of her students the concept of "relations" taught to them. She writes the following five relations each defined on the set A = {1, 2, 3} :

R_1 = {(2, 3), (3, 2)}

R_2 = {(1, 2), (1, 3), (3, 2)}

R_3 = {(1, 2), (2, 1), (1, 1)}

R_4 = {(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2)}

R_5 = {(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)}

The students are asked to answer the following questions about the above relations :

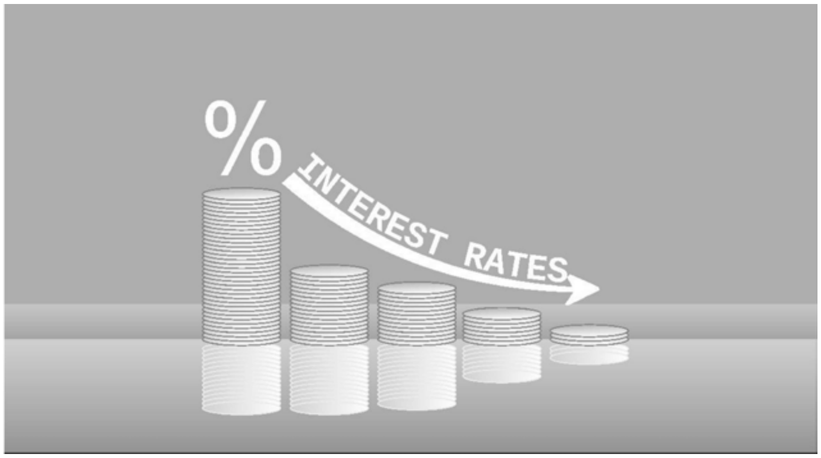
(i) Identify the relation which is reflexive, transitive but not symmetric.

(ii) Identify the relation which is reflexive and symmetric but not transitive.

(iii) (a) Identify the relations which are symmetric but neither reflexive nor transitive.

OR

(iii) (b) What pairs should be added to the relation R_2 to make it an equivalence relation ?

38. 

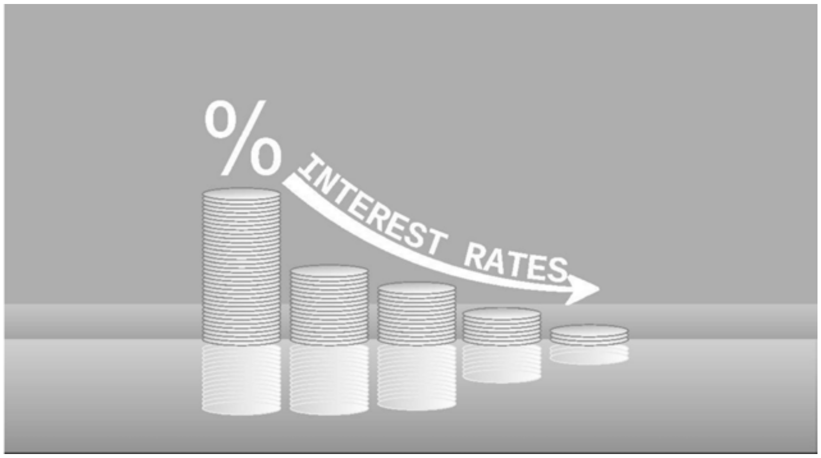
एक बैंक अपने ग्राहकों को विभिन्न प्रकार के ब्याज पर ऋण उपलब्ध कराता है, जैसे कि फिक्स्ड दर, फ्लोटिंग दर और वेरिएबल दर । बैंक के पिछले आँकड़ों से यह ज्ञात है कि ग्राहक फिक्स्ड दर, फ्लोटिंग दर या वेरिएबल दर पर क्रमश: 10%, 20% और 70% प्रायिकता के साथ ऋण प्राप्त करते हैं । ऋण लेने के बाद ग्राहक ऋण का भुगतान कर सकता है या ऋण चुकाने में चूक भी कर सकता है । बैंक के आँकड़ों से पता चलता है कि फिक्स्ड रेट, फ्लोटिंग रेट और वेरिएबल रेट पर ऋण लेने के बाद किसी व्यक्ति द्वारा ऋण भुगतान पर चूक करने की प्रायिकता क्रमश: 5%, 3% और 1% है ।

उपरोक्त के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

(i) ऋण लेने के बाद एक ग्राहक के ऋण चुकाने में चूक करने की क्या प्रायिकता है ? **2**

(ii) एक ग्राहक ऋण लेने के बाद चुकाने में चूक करता है । क्या प्रायिकता है कि उसने वेरिएबल दर ब्याज पर ऋण लिया था ? **2**

38.



A bank offers loan to its customers on different types of interest namely, fixed rate, floating rate and variable rate. From the past data with the bank, it is known that a customer avails loan on fixed rate, floating rate or variable rate with probabilities 10%, 20% and 70% respectively. A customer after availing loan can pay the loan or default on loan repayment. The bank data suggests that the probability that a person defaults on loan after availing it at fixed rate, floating rate and variable rate is 5%, 3% and 1% respectively.

Based on the above information, answer the following :

(i) What is the probability that a customer after availing the loan will default on the loan repayment ? **2**

(ii) A customer after availing the loan, defaults on loan repayment. What is the probability that he availed the loan at a variable rate of interest ? **2**

Series : W1XZY

SET ~ 2

रोल नं.

Roll No.

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code 65/1/2

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

नोट

(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।

(II) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।

(III) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।

(IV) **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**

(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।

NOTE

(I) Please check that this question paper contains **23** printed pages.

(II) Please check that this question paper contains **38** questions.

(III) Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(IV) **Please write down the serial number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**

(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. ~

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में कुल 38 प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – खण्ड-**क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) *खण्ड – **क** में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित 1 अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) *खण्ड – **ख** में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 2 अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) *खण्ड – **ग** में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 3 अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) *खण्ड – **घ** में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के 5 अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) *खण्ड – **ङ** में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित 4 अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड – **ख** के 2 प्रश्नों में, खण्ड – **ग** के 3 प्रश्नों में, खण्ड – **घ** के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड-**ङ** के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड – क

इस खण्ड में **20** बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न का **1** अंक है । **20 × 1 = 20**

1. यदि E तथा F दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं जिनके लिए $P(E) = \frac{2}{3}$ तथा $P(F) = \frac{3}{7}$ है, तो $P(E/\overline{F})$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{7}{9}$

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This Question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *Question paper is divided into **FIVE** Sections – Section **A**, **B**, **C**, **D** and **E**.*

(iii) *In Section **A** – Question Number **1** to **18** are Multiple Choice Questions (MCQs) and Question Number **19** & **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In Section **B** – Question Number **21** to **25** are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In Section **C** – Question Number **26** to **31** are Short Answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In Section **D** – Question Number **32** to **35** are Long Answer (LA) type questions, carrying **5** marks each.*

(vii) *In Section **E** – Question Number **36** to **38** are case study based questions, carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in **2** questions in Section – **B**, **3** questions in Section – **C**, 2 questions in Section – **D** and **2** questions in Section – **E**.*

(ix) *Use of calculator is **NOT** allowed.*

SECTION – A

This section comprises of **20** Multiple Choice Questions (MCQs) of **1** mark each. **20 × 1 = 20**

1. If E and F are two independent events such that $P(E) = \frac{2}{3}$, $P(F) = \frac{3}{7}$, then $P(E/\overline{F})$ is equal to :

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{7}{9}$

2. यदि $\vec{\alpha} = \hat{i} - 4\hat{j} + 9\hat{k}$ तथा $\vec{\beta} = 2\hat{i} - 8\hat{j} + \lambda\hat{k}$ दो परस्पर समांतर सदिश हैं, तो λ का मान है :

(A) -18 (B) 18

(C) $\frac{-34}{9}$ (D) $\frac{34}{9}$

3. $\int \frac{1 - 2\sin x}{\cos^2 x}\, dx$ बराबर है :

(A) $\tan x - 2\sec x + C$ (B) $-\tan x + 2\sec x + C$

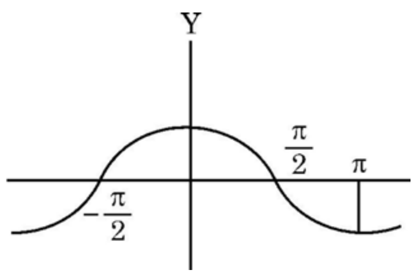
(C) $-\tan x - 2\sec x + C$ (D) $\tan x + 2\sec x + C$

4. यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, $|\vec{a}| = \sqrt{37}$, $|\vec{b}| = 3$ तथा $|\vec{c}| = 4$ है, तो $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ के बीच का कोण है :

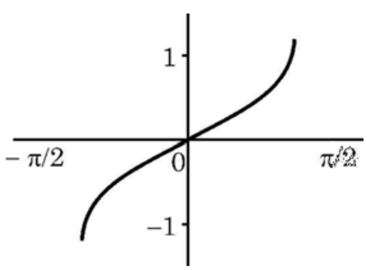
(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

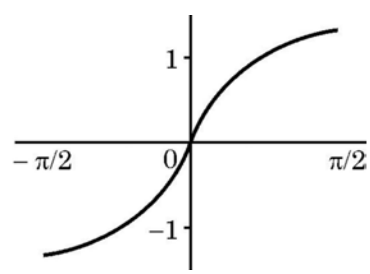
5. एक त्रिकोणमितीय फलन का ग्राफ दिया गया है । निम्न में से कौन सा इसके व्युत्क्रम के ग्राफ को दर्शाता है ?



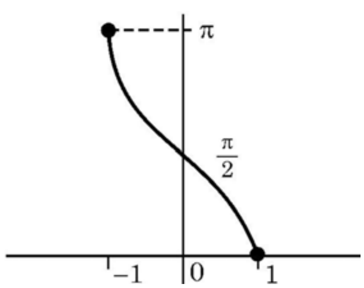
(A)



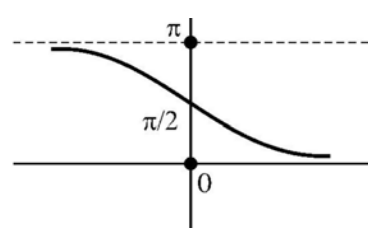
(B)



(C)



(D)



2. If $\vec{\alpha} = \hat{i} - 4\hat{j} + 9\hat{k}$ and $\vec{\beta} = 2\hat{i} - 8\hat{j} + \lambda\hat{k}$ are two mutually parallel vectors, then λ is equal to :

(A) -18 (B) 18

(C) $\frac{-34}{9}$ (D) $\frac{34}{9}$

3. $\int \frac{1 - 2\sin x}{\cos^2 x}\, dx$ is equal to :

(A) $\tan x - 2\sec x + C$ (B) $-\tan x + 2\sec x + C$

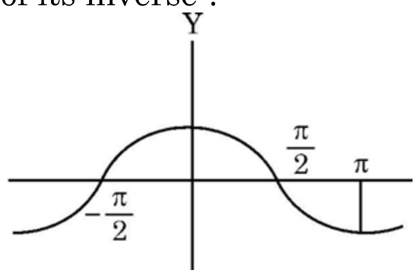
(C) $-\tan x - 2\sec x + C$ (D) $\tan x + 2\sec x + C$

4. If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, $|\vec{a}| = \sqrt{37}$, $|\vec{b}| = 3$ and $|\vec{c}| = 4$, then angle between $\vec{b}$ and $\vec{c}$ is

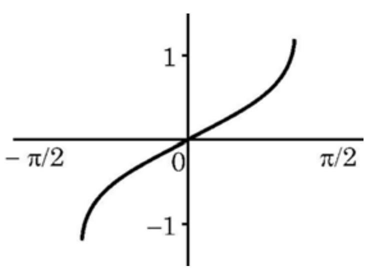
(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

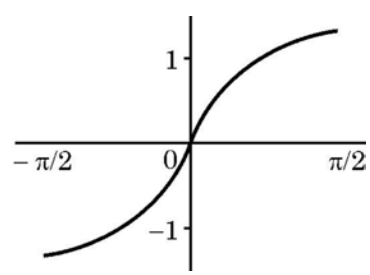
5. The graph of a trigonometric function is as shown. Which of the following will represent graph of its inverse ?



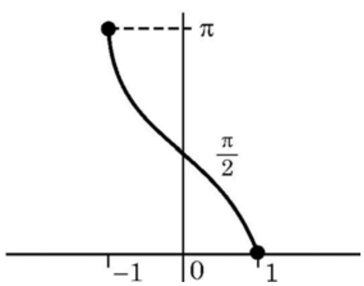
(A)



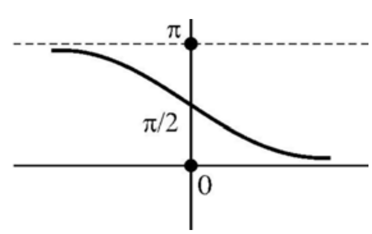
(B)



(C)



(D)



6. यदि A कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है तथा $\det(A) = 9$ है, तो $\det(9\,A^{-1})$ बराबर है

(A) 9 (B) 9^2

(C) 9^3 (D) 9^4

7. यदि $f(x) = |x| + |x-1|$ है, तो निम्न में से कौन सा सही है ?

(A) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ संतत तथा अवकलनीय है ।

(B) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ अवकलनीय है परन्तु संतत नहीं है ।

(C) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ संतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है ।

(D) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ न तो संतत है और न ही अवकलनीय है ।

8. निम्न में से कौन सा x तथा y में एक समघातीय फलन <u>नहीं</u> है ?

(A) $y^2 - xy$ (B) $x - 3y$

(C) $\sin^2 \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ (D) $\tan x - \sec y$

9. माना A कोटि $m \times n$ का एक आव्यूह है तथा B एक ऐसा आव्यूह है जिसके लिए A^TB तथा BA^T दोनों परिभाषित हैं । B की कोटि है :

(A) $m \times m$ (B) $n \times n$

(C) $m \times n$ (D) $n \times m$

10. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या, जिसका उद्देश्य फलन $Z = ax + by$ है, का सुसंगत क्षेत्र एक परिबद्ध क्षेत्र है, तो निम्न में से कौन सा सही है ?

(A) इसका केवल अधिकतम मान होगा ।

(B) इसका केवल न्यूनतम मान होगा ।

(C) इसके अधिकतम तथा न्यूनतम दोनों मान होंगे ।

(D) इसका न तो अधिकतम और न ही न्यूनतम मान होगा ।

6. If A is a square matrix of order 3 such that det(A) = 9, then det(9 A^{-1}) is equal to

(A) 9 (B) 9^2

(C) 9^3 (D) 9^4

7. If $f(x) = |x| + |x - 1|$, then which of the following is correct ?

(A) $f(x)$ is both continuous and differentiable, at $x = 0$ and $x = 1$.

(B) $f(x)$ is differentiable but not continuous, at $x = 0$ and $x = 1$.

(C) $f(x)$ is continuous but not differentiable, at $x = 0$ and $x = 1$.

(D) $f(x)$ is neither continuous nor differentiable, at $x = 0$ and $x = 1$.

8. Which of the following is not a homogeneous function of x and y ?

(A) $y^2 - xy$ (B) $x - 3y$

(C) $\sin^2 \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ (D) $\tan x - \sec y$

9. Let A be a matrix of order m × n and B is a matrix such that A^TB and BA^T are defined. Then, the order of B is :

(A) m × m (B) n × n

(C) m × n (D) n × m

10. If the feasible region of a linear programming problem with objective function $Z = ax + by$, is bounded, then which of the following is correct ?

(A) It will only have a maximum value.

(B) It will only have a minimum value.

(C) It will have both maximum and minimum values.

(D) It will have neither maximum nor minimum value.

11. यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} है

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

12. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1+y}{x}$ का समाकलन गुणक है :

(A) xe^x

(B) $\frac{e^x}{x}$

(C) $\frac{x}{e^x}$

(D) $xe^{\frac{1}{x}}$

13. माना $A = [a_{ij}]$ एक कोटि 3 का वर्ग आव्यूह है जिसमें $a_{ij} = \hat{j} - 2\hat{i}$ है, तो निम्न में से कौन सा सही है ?

(A) $a_{12} > 0$

(B) सभी $a_{ij} < 0$

(C) $a_{13} + a_{31} = -6$

(D) $a_{23} > a_{32}$

14. फलन $f(x) = x^3 - 3x + 2$ का $[0, 2]$ में निरपेक्ष उच्चतम मान है :

(A) 0

(B) 2

(C) 4

(D) 5

15. यदि $\int \frac{2^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx = k \cdot 2^{\frac{1}{x}} + C$ है, तो k बराबर है

(A) $\frac{-1}{\log 2}$

(B) $-\log 2$

(C) -1

(D) $\frac{1}{2}$

11. If $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, then A^{-1} is

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

12. The integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1+y}{x}$ is

(A) xe^x

(B) $\frac{e^x}{x}$

(C) $\frac{x}{e^x}$

(D) $xe^{\frac{1}{x}}$

13. Let $A = [a_{ij}]$ be a square matrix of order 3 such that $a_{ij} = \hat{j} - 2\hat{i}$. Then which of the following is true ?

(A) $a_{12} > 0$

(B) all $a_{ij} < 0$

(C) $a_{13} + a_{31} = -6$

(D) $a_{23} > a_{32}$

14. The absolute maximum value of function $f(x) = x^3 - 3x + 2$ in $[0, 2]$ is :

(A) 0

(B) 2

(C) 4

(D) 5

15. If $\int \frac{2^{\frac{1}{x}}}{x^2}\, dx = k \cdot 2^{\frac{1}{x}} + C$, then k is equal to

(A) $\frac{-1}{\log 2}$

(B) $-\log 2$

(C) -1

(D) $\frac{1}{2}$

16. यदि A तथा B व्युत्क्रमणीय आव्यूह हैं, तो निम्न में से कौन सा सही नहीं है ?

(A) $(A + B)^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$ (B) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

(C) $\text{adj}(A) = |A|A^{-1}$ (D) $|A|^{-1} = |A^{-1}|$

17. एक रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के आलेखीय निरूपण के सुसंगत क्षेत्र के कोनीय शीर्ष (2, 72), (15, 20) और (40, 15) हैं । यदि $Z = 18x + 9y$ इसका उद्देश्य फलन है, तो

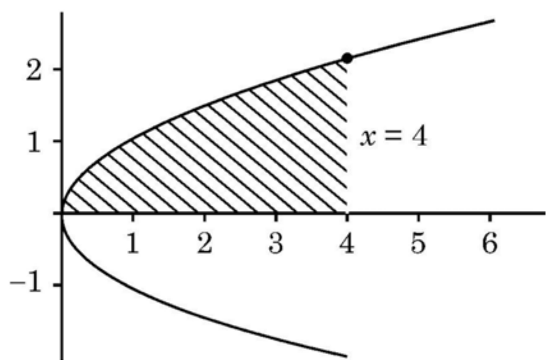
(A) Z (2, 72) पर अधिकतम, तथा (15, 20) पर न्यूनतम होगा ।

(B) Z (15, 20) पर अधिकतम, तथा (40, 15) पर न्यूनतम होगा ।

(C) Z (40, 15) पर अधिकतम, तथा (15, 20) पर न्यूनतम होगा ।

(D) Z (40, 15) पर अधिकतम, तथा (2, 72) पर न्यूनतम होगा ।

18. वक्र $y^2 = x$, $x = 4$ तथा x-अक्ष के बीच के छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल प्रदत्त है :



(A) $\int_0^4 x\,dx$ (B) $\int_0^2 y^2\,dy$

(C) $2\int_0^4 \sqrt{x}\,dx$ (D) $\int_0^4 \sqrt{x}\,dx$

अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

निर्देश : प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन (A) और तर्क (R) आधारित प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न का **1** गुण है । दो कथन दिए गए हैं । जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए ।

(A) दोनों, अभिकथन (A) तथा तर्क (R) सही हैं । तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) दोनों, अभिकथन (A) तथा तर्क (R) सही हैं परंतु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है ।

(C) अभिकथन (A) सही है परन्तु तर्क (R) गलत है ।

(D) अभिकथन (A) गलत है जबकि तर्क (R) सही है ।

16. If A and B are invertible matrices, then which of the following is <u>not</u> correct ?

(A) $(A + B)^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$ (B) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

(C) $\text{adj}(A) = |A| A^{-1}$ (D) $|A|^{-1} = |A^{-1}|$

17. The corner points of the feasible region in graphical representation of a L.P.P. are (2, 72), (15, 20) and (40, 15). If $Z = 18x + 9y$ be the objective function, then

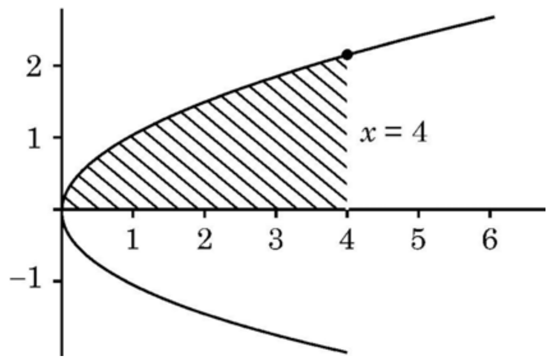
(A) Z is maximum at (2, 72), minimum at (15, 20)

(B) Z is maximum at (15, 20) minimum at (40, 15)

(C) Z is maximum at (40, 15), minimum at (15, 20)

(D) Z is maximum at (40, 15), minimum at (2, 72)

18. The area of the shaded region bounded by the curves $y^2 = x$, $x = 4$ and the x-axis is given by



(A) $\int_0^4 x\, dx$ (B) $\int_0^2 y^2\, dy$

(C) $2\int_0^4 \sqrt{x}\, dx$ (D) $\int_0^4 \sqrt{x}\, dx$

Assertion – Reason Based Questions

Direction : Question numbers **19** and **20** are Assertion (A) and Reason (R) based questions carrying **1** mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and other labelled Reason (R). Select the correct answer from the options (A), (B), (C) and (D) as given below.

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and the Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is not the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. **अभिकथन (A)** : माना Z पूर्णांकों का समुच्चय है । एक फलन $f : Z \to Z$, जो $f(x) = 3x - 5$, $\forall x \in Z$ द्वारा परिभाषित है, एकैकी–आच्छादक है ।

तर्क (R) : वह फलन जो एकैकी है तथा आच्छादक भी है, एकैकी–आच्छादक होता है ।

20. **अभिकथन (A)** : $f(x) = \begin{cases} 3x - 8, & x \le 5 \\ 2k, & x > 5 \end{cases}$

$k = \frac{5}{2}$ के लिए, $x = 5$ पर संतत है ।

तर्क (R) : $x = a$ पर फलन f संतत है यदि

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$$

खण्ड – ख

5 × 2 = 10

इस खण्ड में **5** अति लघु–उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं ।

21. (a) दो मित्र अलग–अलग स्थानों से पतंग उड़ाते समय पाते हैं कि उनकी पतंग की डोर एक दूसरे को छू रही हैं । डोरियों को सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ द्वारा निरूपित किया जा सकता है । यह मानते हुए कि डोरियों में कोई ढील नहीं है, उनके बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) परिमाण 21 इकाई का एक सदिश ज्ञात कीजिए जो सदिश $\overrightarrow{AB}$ की विपरीत दिशा में हो जहाँ A(2, 1, 3) तथा B(8, –1, 0) हैं ।

22. 'a' के वे मान ज्ञात कीजिए, जिनके लिए $f(x) = x^2 - 2ax + b$, $x > 0$ के लिए वर्धमान फलन है ।

23. (a) $2^{\cos^2 x}$ का $\cos^2 x$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए ।

अथवा

(b) यदि $\tan^{-1}(x^2 + y^2) = a^2$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

19. **Assertion (A)** : Let Z be the set of integers. A function f : Z → Z defined as $f(x) = 3x - 5, \forall x \in Z$ is a bijective.

Reason (R) : A function is a bijective if it is both surjective and injective.

20. **Assertion (A)** : $f(x) = \begin{cases} 3x - 8, & x \leq 5 \\ 2k \ , & x > 5 \end{cases}$

is continuous at $x = 5$ for $k = \frac{5}{2}$.

Reason (R) : For a function f to be continuous at $x = a$,

$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$.

SECTION – B $\qquad 5 \times 2 = 10$

This section comprises of **5** Very Short Answer (VSA) type questions of **2** marks each.

21. (a) Two friends while flying kites from different locations, find the strings of their kites crossing each other. The strings can be represented by vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$. Determine the angle formed between the kite strings. Assume there is no slack in the strings.

OR

(b) Find a vector of magnitude 21 units in the direction opposite to that of $\overrightarrow{AB}$ where A and B are the points A(2, 1, 3) and B(8, –1, 0) respectively.

22. Find the values of 'a' for which $f(x) = x^2 - 2ax + b$ is an increasing function for $x > 0$.

23. (a) Differentiate $2^{\cos^2 x}$ w.r.t $\cos^2 x$.

OR

(b) If $\tan^{-1}(x^2 + y^2) = a^2$, then find $\frac{dy}{dx}$.

24. $\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

25. एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके विकर्ण $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं ।

खण्ड – ग **$6 \times 3 = 18$**

इस खण्ड में **6** लघु उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं ।

26. (a) सत्यापित कीजिए कि $\vec{r} = (1-\lambda)\hat{i} + (\lambda - 2)\hat{j} + (3 - 2\lambda)\hat{k}$ तथा $\vec{r} = (\mu + 1)\hat{i} + (2\mu - 1)\hat{j} - (2\mu + 1)\hat{k}$ द्वारा प्रदत्त रेखाएँ विषमतलीय हैं । अत: इनके बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) एक क्रिकेट मैच में, गेंदबाज, विकेट कीपर और लेग स्लिप क्षेत्र रक्षक की स्थिति एक पंक्ति में हैं तथा $\vec{B} = 2\hat{i} + 8\hat{j}$, $\vec{W} = 6\hat{i} + 12\hat{j}$ तथा $\vec{F} = 12\hat{i} + 18\hat{j}$ द्वारा क्रमशः प्रदत्त है । वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें विकेट कीपर, गेंदबाज और लेग स्लिप क्षेत्र रक्षक को मिलाने वाले रेखा खण्ड को विभाजित करता है ।

27. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफ द्वारा हल कीजिए :

व्यवरोधों $x + y \le 80$

$2x + 3y \ge 100$

$x \ge 14, y \ge 14$ के अंतर्गत

$Z = 20x + 30y$ का अधिकतमीकरण करना ।

28. एक फैलते हुए आयत का क्षेत्रफल $48 \text{ cm}^2/\text{s}$ की दर से बढ़ रहा है । आयत की लंबाई सदैव इसकी चौड़ाई के वर्ग के समान रहती है । आयत की लंबाई के बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए, उस वक्त जब इसकी चौड़ाई 4.5 cm हो ।

24. Evaluate : $\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{5}\right)$

25. The diagonals of a parallelogram are given by $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$. Find the area of the parallelogram.

SECTION – C $\quad$ **6 × 3 = 18**

This section comprises of **6** Short Answer (SA) type questions of **3** marks each.

26. (a) Verify that lines given by $\vec{r} = (1 - \lambda)\hat{i} + (\lambda - 2)\hat{j} + (3 - 2\lambda)\hat{k}$ and $\vec{r} = (\mu + 1)\hat{i} + (2\mu - 1)\hat{j} - (2\mu + 1)\hat{k}$ are skew lines. Hence, find shortest distance between the lines.

OR

(b) During a cricket match, the position of the bowler, the wicket keeper and the leg slip fielder are in a line given by $\vec{B} = 2\hat{i} + 8\hat{j}$, $\vec{W} = 6\hat{i} + 12\hat{j}$ and $\vec{F} = 12\hat{i} + 18\hat{j}$ respectively. Calculate the ratio in which the wicketkeeper divides the line segment joining the bowler and the leg slip fielder.

27. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximise $Z = 20x + 30y$

Subject to the constraints :

$x + y \leq 80$

$2x + 3y \geq 100$

$x \geq 14$

$y \geq 14$

28. The area of an expanding rectangle is increasing at the rate of 48 cm^2/s. The length of the rectangle is always square of its breadth. At what rate the length of rectangle increasing at an instant, when breadth = 4.5 cm ?

29. (a) किसी शनिवार, एक कक्षा में विद्यार्थियों की अनुपस्थिति की संख्या का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :

X	0	2	4	5
P(X)	p	2p	3p	p

जहाँ X, अनुपस्थित रहने वाले विद्यार्थियों की संख्या है ।

(i) p का मान ज्ञात कीजिए । **1**

(ii) शनिवार को अनुपस्थित रहने वाले विद्यार्थियों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(b) समाचार पत्र में विज्ञापित रिक्तियों के लिए 3000 उम्मीदवारों ने आवेदन दिए । प्राप्त आँकड़ों से यह पाया गया कि कुल आवेदनकर्ताओं का $\frac{2}{3}$ भाग महिलाएँ थीं तथा शेष पुरुष थे । नौकरी के लिए चयन लिखित परीक्षा द्वारा किया गया । आवेदनकर्ताओं के प्रदर्शन से संकेत मिलता है कि लिखित परीक्षा में एक पुरुष के विशिष्ट अंक प्राप्त करने की प्रायिकता 0.4 है, तथा महिला के विशिष्ट अंक प्राप्त करने की प्रायिकता 0.35 है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यादृच्छया चुना गया आवेदक, लिखित परीक्षा में विशिष्ट अंक प्राप्त करने वाला है ।

30. (a) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x)^2}\, dx$

अथवा

(b) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{5 \sin x + 3 \cos x}{\sin x + \cos x}\, dx$

31. y = | x + 3 | का ग्राफ बनाइए तथा समाकलन के प्रयोग से वक्र तथा x-अक्ष के बीच के उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो $x = -6$ तथा $x = 0$ के बीच में है ।

खण्ड – घ **4 × 5 = 20**

इस खण्ड में **4** दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **5** अंक हैं ।

32. (a) $\cos^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$ के सापेक्ष $\tan^{-1}\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$, $x \in \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right)$ का अवकलन कीजिए ।

अथवा

(b) यदि $y = x^{\tan x} + \frac{\sqrt{x^2+1}}{2}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

29. (a) The probability distribution for the number of students being absent in a class on a Saturday is as follows :

X	0	2	4	5
P(X)	p	2p	3p	p

Where X is the number of students absent.

(i) Calculate p. **1**

(ii) Calculate the mean of the number of absent students on Saturday. **2**

OR

(b) For the vacancy advertised in the newspaper, 3000 candidates submitted their applications. From the data it was revealed that two third of the total applicants were females and other were males. The selection for the job was done through a written test. The performance of the applicants indicates that the probability of a male getting a distinction in written test is 0.4 and that a female getting a distinction is 0.35. Find the probability that the candidate chosen at random will have a distinction in the written test.

30. (a) Find : $\int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x)^2} \, dx$

OR

(b) Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{5 \sin x + 3 \cos x}{\sin x + \cos x} \, dx$

31. Sketch the graph of $y = | x + 3 |$ and find the area of the region enclosed by the curve, x-axis, between $x = -6$ and $x = 0$, using integration.

SECTION – D **4 × 5 = 20**

This section comprises of **4** Long Answer (LA) type questions of **5** marks each.

32. (a) Differentiate $\tan^{-1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ w.r.t. $\cos^{-1} (2x\sqrt{1-x^2})$, $x \in \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right)$

OR

(b) Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = x^{\tan x} + \frac{\sqrt{x^2+1}}{2}$.

33. फलन $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ के $[1, 5]$ में निरपेक्ष उच्चतम तथा निरपेक्ष न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए ।

34. एक स्कूल अपने विद्यार्थियों को निम्न शर्तों के साथ तीन क्लबों में आबंटित करना चाहता है : खेल, संगीत और नाटक :

- खेल क्लब के विद्यार्थियों की संख्या, संगीत तथा नाटक क्लबों के विद्यार्थियों की संख्या के योगफल के समान हो ।
- संगीत क्लब के विद्यार्थियों की संख्या, खेल क्लब के विद्यार्थियों की संख्या के आधे से 20 अधिक हो ।
- इन तीनों क्लबों में आबंटित विद्यार्थियों की कुल संख्या 180 हो ।

मैट्रिक विधि द्वारा विभिन्न क्लबों में आबंटित विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए ।

35. (a) रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ में बिंदु A(1, 6, 3) का प्रतिबिंब A' ज्ञात कीजिए । बिंदुओं A तथा A' को मिलाने वाली रेखा का समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) रेखा $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{-9}$ पर एक ऐसा बिंदु P ज्ञात कीजिए जिसकी बिंदु Q(2, 4, –1) से दूरी 7 इकाई हो । P तथा Q को मिलाने वाली रेखा का समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।

खण्ड – ङ

इस खण्ड में **3** प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं । **3 × 4 = 12**

36.

33. Find the absolute maximum and absolute minimum of function $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ on $[1, 5]$.

34. A school wants to allocate students into three clubs : Sports, Music and Drama, under following conditions :

- The number of students in Sports club should be equal to the sum of the number of students in Music and Drama club.
- The number of students in Music club should be 20 more than half the number of students in Sports club.
- The total number of students to be allocated in all three clubs are 180.

Find the number of students allocated to different clubs, using matrix method.

35. (a) Find the image A' of the point A(1, 6, 3) in the line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Also, find the equation of the line joining A and A'.

OR

(b) Find a point P on the line $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{-9}$ such that its distance from point Q(2, 4, –1) is 7 units. Also, find the equation of line joining P and Q.

SECTION – E

This section comprises of **3** case study/passage based questions of **4** marks each. **3 × 4 = 12**

36.

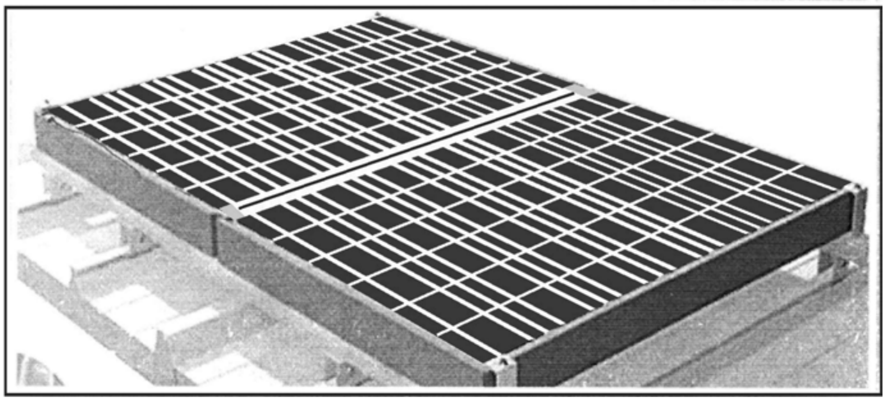
एक बैंक अपने ग्राहकों को विभिन्न प्रकार के ब्याज पर ऋण उपलब्ध कराता है, जैसे कि फिक्स्ड दर, फ्लोटिंग दर और वेरिएबल दर । बैंक के पिछले आँकड़ों से यह ज्ञात है कि ग्राहक फिक्स्ड दर, फ्लोटिंग दर या वेरिएबल दर पर क्रमश: 10%, 20% और 70% प्रायिकता के साथ ऋण प्राप्त करते हैं । ऋण लेने के बाद ग्राहक ऋण का भुगतान कर सकता है या ऋण चुकाने में चूक भी कर सकता है । बैंक के आँकड़ों से पता चलता है कि फिक्स्ड रेट, फ्लोटिंग रेट और वेरिएबल रेट पर ऋण लेने के बाद किसी व्यक्ति द्वारा ऋण भुगतान पर चूक करने की प्रायिकता क्रमश: 5%, 3% और 1% है ।

उपरोक्त के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

(i) ऋण लेने के बाद एक ग्राहक के ऋण चुकाने में चूक करने की क्या प्रायिकता है ? **2**

(ii) एक ग्राहक ऋण लेने के बाद चुकाने में चूक करता है । क्या प्रायिकता है कि उसने वेरिएबल दर ब्याज पर ऋण लिया था ? **2**

37.



एक टेक्निकल कम्पनी आयताकार सौर पैनल बना रही है । जिन्हें छत पर लगाने के लिए उसके पास 300 मीटर सीमा पर लगाने की सामग्री है । पैनल के डिजाइन में एक साइड के समांतर विभाजन है जो पैनल को दो भागों में बाँटता है । माना विभाजन के लंबवत वाली भुजा की लंबाई x मीटर तथा इसके समांतर वाली भुजा की लंबाई y मीटर है ।

उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) सीमा की कुल सामग्री जो सीमा तथा समांतर विभाजन में प्रयोग होनी है, के प्रयोग से x तथा y में बनी समीकरण ज्ञात कीजिए । **1**

(ii) सौर पैनल का क्षेत्रफल x के फलन के रूप में लिखिए । **1**

(iii) (a) क्षेत्रफल फलन के क्रांतिक बिंदु ज्ञात कीजिए । द्वितीय अवकलज के प्रयोग से वह क्रांतिक बिंदु ज्ञात कीजिए जिस पर क्षेत्रफल अधिकतम है । अधिकतम क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

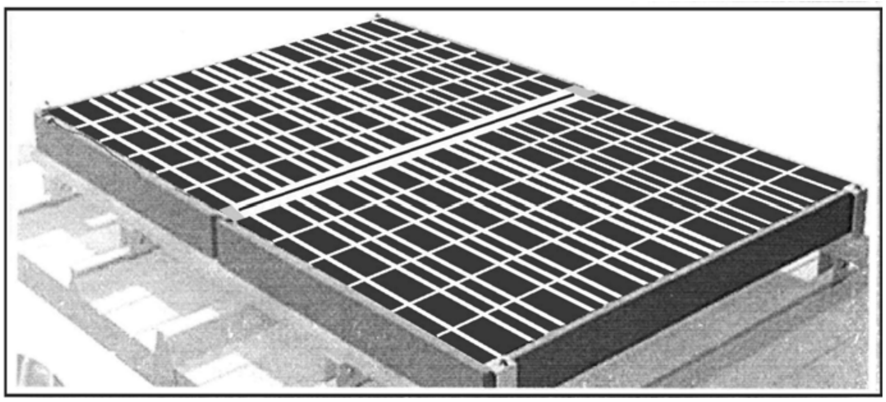
(iii) (b) प्रथम अवकलज परीक्षण के प्रयोग से 300 मीटर सीमा सामग्री के प्रयोग से परिबद्ध अधिकतम क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जहाँ समांतर विभाजन को भी लिया गया है । **2**

A bank offers loan to its customers on different types of interest namely, fixed rate, floating rate and variable rate. From the past data with the bank, it is known that a customer avails loan on fixed rate, floating rate or variable rate with probabilities 10%, 20% and 70% respectively. A customer after availing loan can pay the loan or default on loan repayment. The bank data suggests that the probability that a person defaults on loan after availing it at fixed rate, floating rate and variable rate is 5%, 3% and 1% respectively.

Based on the above information, answer the following :

(i) What is the probability that a customer after availing the loan will default on the loan repayment ? **2**

(ii) A customer after availing the loan, defaults on loan repayment. What is the probability that he availed the loan at a variable rate of interest ? **2**

37. 

A technical company is designing a rectangular solar panel installation on a roof using 300 metres of boundary material. The design includes a partition running parallel to one of the sides dividing the area (roof) into two sections.

Let the length of the side perpendicular to the partition be x metres and with parallel to the partition be y metres.

Based on this information, answer the following questions :

(i) Write the equation for the total boundary material used in the boundary and parallel to the partition in terms of x and y. **1**

(ii) Write the area of the solar panel as a function of x. **1**

(iii) (a) Find the critical points of the area function. Use second derivative test to determine critical points at the maximum area. Also, find the maximum area. **2**

OR

(iii) (b) Using first derivative test, calculate the maximum area the company can enclose with the 300 metres of boundary material, considering the parallel partition. **2**

38. एक कक्षा शिक्षक अपने छात्रों द्वारा उन्हें सिखाई गई "संबंधों" की अवधारणा की सीख का आकलन करने के लिए उत्सुक है। वह निम्न पाँच संबंध जिनमें प्रत्येक समुच्चय $A = \{1, 2, 3\}$ पर परिभाषित है, लिखती है :

$R_1 = \{(2, 3), (3, 2)\}$

$R_2 = \{(1, 2), (1, 3), (3, 2)\}$

$R_3 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$

$R_4 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2)\}$

$R_5 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)\}$

विद्यार्थियों से उपरोक्त संबंधों के लिए निम्न लिखे प्रश्नों का उत्तर देने के लिए कहा जाता है :

(i) संबंध ज्ञात कीजिए जो स्वतुल्य और संक्रामक है परन्तु सममित नहीं है।

(ii) संबंध ज्ञात कीजिए जो स्वतुल्य और सममित है परन्तु संक्रामक नहीं है।

(iii) (a) संबंध ज्ञात कीजिए जो सममित हैं पर न तो स्वतुल्य और न ही संक्रामक है।

अथवा

(iii) (b) संबंध R_2 को तुल्यता संबंध बनाने के लिए जिन युग्मों को जोड़ना होगा, उन्हें लिखिए।

38. A class-room teacher is keen to assess the learning of her students the concept of "relations" taught to them. She writes the following five relations each defined on the set A = {1, 2, 3} :

$R_1 = \{(2, 3), (3, 2)\}$

$R_2 = \{(1, 2), (1, 3), (3, 2)\}$

$R_3 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$

$R_4 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2)\}$

$R_5 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)\}$

The students are asked to answer the following questions about the above relations :

(i) Identify the relation which is reflexive, transitive but not symmetric.

(ii) Identify the relation which is reflexive and symmetric but not transitive.

(iii) (a) Identify the relations which are symmetric but neither reflexive nor transitive.

OR

(iii) (b) What pairs should be added to the relation R_2 to make it an equivalence relation ?

Series : W1XZY

SET ~ 3

रोल नं.

Roll No.

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/3**

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

नोट

(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।

(II) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।

(III) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।

(IV) **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**

(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।

NOTE

(I) Please check that this question paper contains **23** printed pages.

(II) Please check that this question paper contains **38** questions.

(III) Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(IV) **Please write down the serial number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**

(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. ~

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में कुल 38 प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – खण्ड-**क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) *खण्ड – **क** में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित 1 अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) *खण्ड – **ख** में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 2 अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) *खण्ड – **ग** में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 3 अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) *खण्ड – **घ** में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के 5 अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) *खण्ड – **ङ** में प्रश्न संख्या 36 से 38 प्रकरण अध्ययन आधारित 4 अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड – **ख** के 2 प्रश्नों में, खण्ड – **ग** के 3 प्रश्नों में, खण्ड – **घ** के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड-**ङ** के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड – क

इस खण्ड में 20 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है । **$20 \times 1 = 20$**

1. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या, जिसका उद्देश्य फलन $Z = ax + by$ है, का सुसंगत क्षेत्र एक परिबद्ध क्षेत्र है, तो निम्न में से कौन सा सही है ?

(A) इसका केवल अधिकतम मान होगा ।

(B) इसका केवल न्यूनतम मान होगा ।

(C) इसके अधिकतम तथा न्यूनतम दोनों मान होंगे ।

(D) इसका न तो अधिकतम और न ही न्यूनतम मान होगा ।

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This Question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *Question paper is divided into **FIVE** Sections – Section **A**, **B**, **C**, **D** and **E**.*

(iii) *In Section **A** – Question Number **1** to **18** are Multiple Choice Questions (MCQs) and Question Number **19** & **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In Section **B** – Question Number **21** to **25** are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In Section **C** – Question Number **26** to **31** are Short Answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In Section **D** – Question Number **32** to **35** are Long Answer (LA) type questions, carrying **5** marks each.*

(vii) *In Section **E** – Question Number **36** to **38** are case study based questions, carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in **2** questions in Section – **B**, **3** questions in Section – **C**, 2 questions in Section – **D** and **2** questions in Section – **E**.*

(ix) *Use of calculator is **NOT** allowed.*

SECTION – A

This section comprises of **20** Multiple Choice Questions (MCQs) of **1** mark each. **20 × 1 = 20**

1. If the feasible region of a linear programming problem with objective function $Z = ax + by$, is bounded, then which of the following is correct ?

(A) It will only have a maximum value.

(B) It will only have a minimum value.

(C) It will have both maximum and minimum values.

(D) It will have neither maximum nor minimum value.

2. सदिशों $\hat{i} - \hat{j}$ तथा $\hat{i} + \hat{j}$ दोनों के लंबवत मात्रक सदिश है

(A) $\hat{k}$ (B) $-\hat{k} + \hat{j}$

(C) $\dfrac{\hat{i} - \hat{j}}{\sqrt{2}}$ (D) $\dfrac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}}$

3. यदि $\int_0^1 \dfrac{e^x}{1+x}\, dx = \alpha$ है, तो $\int_0^1 \dfrac{e^x}{(1+x)^2}\, dx$ है

(A) $\alpha - 1 + \dfrac{e}{2}$ (B) $\alpha + 1 - \dfrac{e}{2}$

(C) $\alpha - 1 - \dfrac{e}{2}$ (D) $\alpha + 1 + \dfrac{e}{2}$

4. यदि $\int \dfrac{2^{\frac{1}{x}}}{x^2}\, dx = k \cdot 2^{\frac{1}{x}} + C$ है, तो k बराबर है

(A) $\dfrac{-1}{\log 2}$ (B) $-\log 2$

(C) -1 (D) $\dfrac{1}{2}$

5. यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} है

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

~

2. The unit vector perpendicular to the vectors $\hat{i} - \hat{j}$ and $\hat{i} + \hat{j}$ is

(A) $\hat{k}$

(B) $-\hat{k} + \hat{j}$

(C) $\frac{\hat{i} - \hat{j}}{\sqrt{2}}$

(D) $\frac{\hat{i} + \hat{j}}{\sqrt{2}}$

3. If $\int_0^1 \frac{e^x}{1+x}\, dx = \alpha$, then $\int_0^1 \frac{e^x}{(1+x)^2}\, dx$ is equal to

(A) $\alpha - 1 + \frac{e}{2}$

(B) $\alpha + 1 - \frac{e}{2}$

(C) $\alpha - 1 - \frac{e}{2}$

(D) $\alpha + 1 + \frac{e}{2}$

4. If $\int \frac{2^{\frac{1}{x}}}{x^2}\, dx = k \cdot 2^{\frac{1}{x}} + C$, then k is equal to

(A) $\frac{-1}{\log 2}$

(B) $-\log 2$

(C) -1

(D) $\frac{1}{2}$

5. If $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, then A^{-1} is

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

6. यदि $\begin{bmatrix} x+y & 3y \\ 3x & x+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 4x+y \\ x+6 & y \end{bmatrix}$ है, तो $(x - y)$ बराबर है

(A) -7 (B) -3

(C) 3 (D) 7

7. माना M तथा N दो ऐसी घटनाएँ हैं कि $P(M) = 0.6$, $P(N) = 0.2$ तथा $P(M \cap N) = 0.5$ है, तो $P(M'/N')$ है

(A) $\frac{7}{8}$ (B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

8. निम्न में से कौन सा x तथा y में एक समघातीय फलन नहीं है ?

(A) $y^2 - xy$ (B) $x - 3y$

(C) $\sin^2 \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ (D) $\tan x - \sec y$

9. यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, $|\vec{a}| = \sqrt{37}$, $|\vec{b}| = 3$ तथा $|\vec{c}| = 4$ है, तो $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ के बीच का कोण है :

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

10. यदि $f(x) = |x| + |x - 1|$ है, तो निम्न में से कौन सा सही है ?

(A) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ संतत तथा अवकलनीय है ।

(B) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ अवकलनीय है परन्तु संतत नहीं है ।

(C) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ संतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है ।

(D) $x = 0$ तथा $x = 1$ पर $f(x)$ न तो संतत है और न ही अवकलनीय है ।

6. If $\begin{bmatrix} x+y & 3y \\ 3x & x+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 4x+y \\ x+6 & y \end{bmatrix}$, then $(x - y) = ?$

(A) -7 (B) -3

(C) 3 (D) 7

7. Let M and N be two events such that P(M) = 0.6, P(N) = 0.2 and $P(M \cap N) = 0.5$, then $P(M'/N')$ is

(A) $\frac{7}{8}$ (B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

8. Which of the following is not a homogeneous function of x and y ?

(A) $y^2 - xy$ (B) $x - 3y$

(C) $\sin^2 \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$ (D) $\tan x - \sec y$

9. If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$, $|\vec{a}| = \sqrt{37}$, $|\vec{b}| = 3$ and $|\vec{c}| = 4$, then angle between $\vec{b}$ and $\vec{c}$ is

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

10. If $f(x) = |x| + |x - 1|$, then which of the following is correct ?

(A) $f(x)$ is both continuous and differentiable, at $x = 0$ and $x = 1$.

(B) $f(x)$ is differentiable but not continuous, at $x = 0$ and $x = 1$.

(C) $f(x)$ is continuous but not differentiable, at $x = 0$ and $x = 1$.

(D) $f(x)$ is neither continuous nor differentiable, at $x = 0$ and $x = 1$.

11. एक रैखिक समीकरण निकाय AX = B से निरूपित है, जहाँ A गुणांकों का आव्यूह है, X चरों का आव्यूह है तथा B एक स्थिरांकों का आव्यूह है, तो समीकरण निकाय है

(A) संगत है यदि | A | $\neq$ 0 है तथा इसका हल $X = BA^{-1}$ द्वारा प्रदत्त है ।

(B) असंगत है यदि | A | = 0 तथा (adj A) B = 0 है ।

(C) असंगत है यदि | A | $\neq$ 0 है ।

(D) संगत हो अथवा न हो यदि | A | = 0 तथा (adj A) B = 0

12. फलन $f(x) = x^3 - 3x + 2$ का [0, 2] में निरपेक्ष उच्चतम मान है :

(A) 0 (B) 2

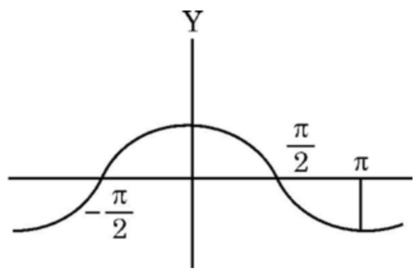
(C) 4 (D) 5

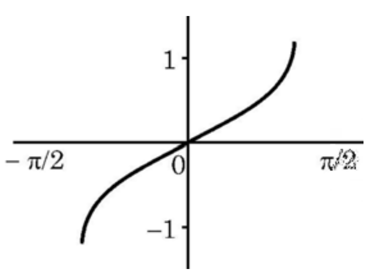
13. अवकल समीकरण $\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^5 = \frac{d^2y}{dx^2}$ की कोटि तथा घात है :

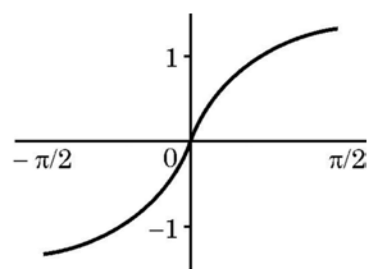
(A) कोटि 1, घात 1 (B) कोटि 1, घात 2

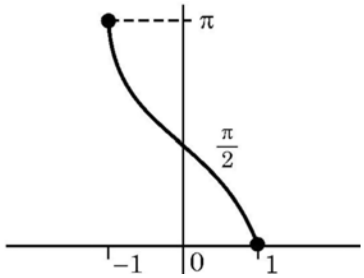
(C) कोटि 2, घात 1 (D) कोटि 2, घात 2

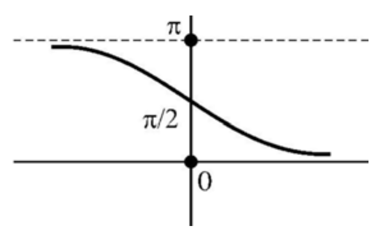
14. एक त्रिकोणमितीय फलन का ग्राफ दिया गया है । निम्न में से कौन सा इसके व्युत्क्रम के ग्राफ को दर्शाता है ?



(A)


(B)


(C)


(D)


11. A system of linear equations is represented as AX = B, where A is coefficient matrix, X is variable matrix and B is the constant matrix. Then the system of equations is

(A) Consistent, if $|A| \neq 0$, solution is given by $X = BA^{-1}$.
(B) Inconsistent if $|A| = 0$ and (adj A) B = 0
(C) Inconsistent if $|A| \neq 0$
(D) May or may not be consistent if $|A| = 0$ and (adj A) B = 0

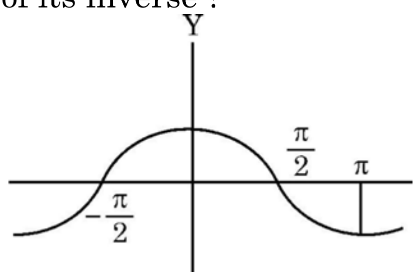
12. The absolute maximum value of function $f(x) = x^3 - 3x + 2$ in [0, 2] is :

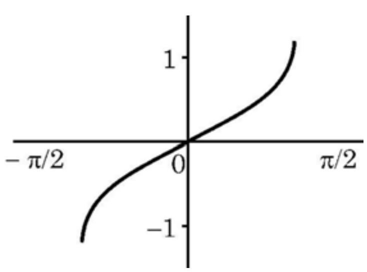
(A) 0 (B) 2
(C) 4 (D) 5

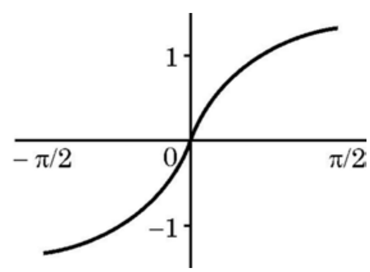
13. The order and degree of differential function $\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^5 = \frac{d^2y}{dx^2}$ are

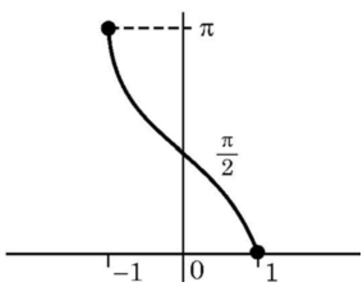
(A) order 1, degree 1 (B) order 1, degree 2
(C) order 2, degree 1 (D) order 2, degree 2

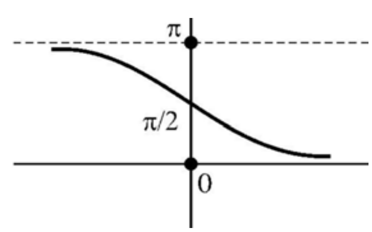
14. The graph of a trigonometric function is as shown. Which of the following will represent graph of its inverse ?



(A)


(B)


(C)


(D)


15. एक रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के आलेखीय निरूपण के सुसंगत क्षेत्र के कोनीय शीर्ष (2, 72), (15, 20) और (40, 15) हैं । यदि $Z = 18x + 9y$ इसका उद्देश्य फलन है, तो

(A) Z (2, 72) पर अधिकतम, तथा (15, 20) पर न्यूनतम होगा ।

(B) Z (15, 20) पर अधिकतम, तथा (40, 15) पर न्यूनतम होगा ।

(C) Z (40, 15) पर अधिकतम, तथा (15, 20) पर न्यूनतम होगा ।

(D) Z (40, 15) पर अधिकतम, तथा (2, 72) पर न्यूनतम होगा ।

16. माना $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ -7 \end{bmatrix}$ तथा $C = [9 \ 8 \ 7]$ है, तो निम्न में से कौन सा परिभाषित है ?

(A) केवल AB

(B) केवल AC

(C) केवल BA

(D) सभी AB, AC तथा BA

17. यदि A तथा B व्युत्क्रमणीय आव्यूह हैं, तो निम्न में से कौन सा सही नहीं है ?

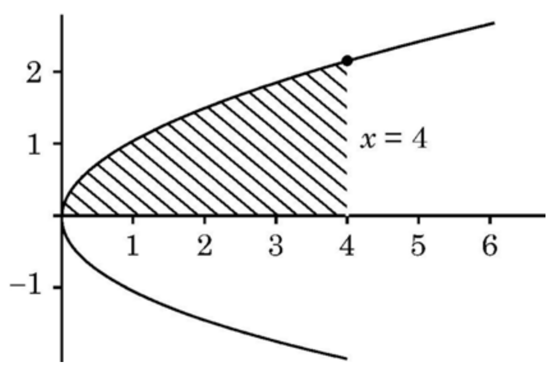
(A) $(A + B)^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$

(B) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

(C) $\text{adj}(A) = |A| A^{-1}$

(D) $|A|^{-1} = |A^{-1}|$

18. वक्र $y^2 = x$, $x = 4$ तथा x-अक्ष के बीच के छायांकित क्षेत्र का क्षेत्रफल प्रदत्त है :



(A) $\int_0^4 x \, dx$

(B) $\int_0^2 y^2 \, dy$

(C) $2\int_0^4 \sqrt{x} \, dx$

(D) $\int_0^4 \sqrt{x} \, dx$

15. The corner points of the feasible region in graphical representation of a L.P.P. are (2, 72), (15, 20) and (40, 15). If $Z = 18x + 9y$ be the objective function, then

(A) Z is maximum at (2, 72), minimum at (15, 20)

(B) Z is maximum at (15, 20) minimum at (40, 15)

(C) Z is maximum at (40, 15), minimum at (15, 20)

(D) Z is maximum at (40, 15), minimum at (2, 72)

16. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ -7 \end{bmatrix}$, $C = [9 \ 8 \ 7]$, which of the following is defined ?

(A) Only AB

(B) Only AC

(C) Only BA

(D) All AB, AC and BA

17. If A and B are invertible matrices, then which of the following is not correct ?

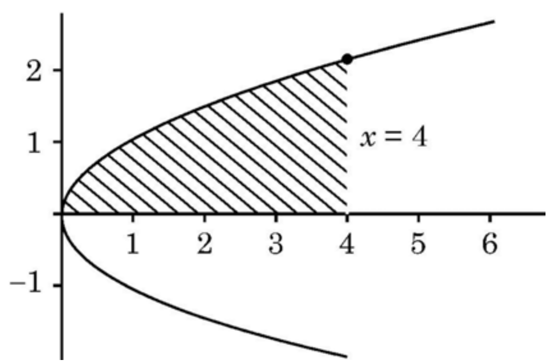
(A) $(A + B)^{-1} = B^{-1} + A^{-1}$

(B) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

(C) $\text{adj}(A) = |A| A^{-1}$

(D) $|A|^{-1} = |A^{-1}|$

18. The area of the shaded region bounded by the curves $y^2 = x$, $x = 4$ and the x-axis is given by



(A) $\int_0^4 x \, dx$

(B) $\int_0^2 y^2 \, dy$

(C) $2\int_0^4 \sqrt{x} \, dx$

(D) $\int_0^4 \sqrt{x} \, dx$

अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

निर्देश : प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन (A) और तर्क (R) आधारित प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न का **1** गुण है । दो कथन दिए गए हैं । जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए ।

(A) दोनों, अभिकथन (A) तथा तर्क (R) सही हैं । तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) दोनों, अभिकथन (A) तथा तर्क (R) सही हैं परंतु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है ।

(C) अभिकथन (A) सही है परन्तु तर्क (R) गलत है ।

(D) अभिकथन (A) गलत है जबकि तर्क (R) सही है ।

19. **अभिकथन (A)** : $f(x) = \begin{cases} 3x - 8, & x \le 5 \\ 2k\ , & x > 5 \end{cases}$

$k = \frac{5}{2}$ के लिए, $x = 5$ पर संतत है ।

तर्क (R) : $x = a$ पर फलन f संतत है यदि

$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$

20. **अभिकथन (A)** : माना Z पूर्णांकों का समुच्चय है । एक फलन $f : Z \to Z$, जो $f(x) = 3x - 5$, $\forall x \in Z$ द्वारा परिभाषित है, एकैकी-आच्छादक है ।

तर्क (R) : वह फलन जो एकैकी है तथा आच्छादक भी है, एकैकी-आच्छादक होता है ।

खण्ड – ख $\quad$ **5 × 2 = 10**

इस खण्ड में **5** अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं ।

21. एक समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके विकर्ण $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं ।

22. 'a' के वे मान ज्ञात कीजिए, जिनके लिए $f(x) = \sqrt{3}\ \sin x - \cos x - 2ax + b$, $\mathbb{R}$ पर ह्रासमान फलन हो ।

Assertion – Reason Based Questions

Direction : Question numbers **19** and **20** are Assertion (A) and Reason (R) based questions carrying **1** mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and other labelled Reason (R). Select the correct answer from the options (A), (B), (C) and (D) as given below.

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and the Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is not the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. **Assertion (A) :** $f(x) = \begin{cases} 3x - 8, & x \leq 5 \\ 2k\ , & x > 5 \end{cases}$

is continuous at $x = 5$ for $k = \frac{5}{2}$.

Reason (R) : For a function f to be continuous at $x = a$,

$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$.

20. **Assertion (A) :** Let Z be the set of integers. A function $f : Z \to Z$ defined as $f(x) = 3x - 5, \forall x \in Z$ is a bijective.

Reason (R) : A function is a bijective if it is both surjective and injective.

SECTION – B **5 × 2 = 10**

This section comprises of **5** Very Short Answer (VSA) type questions of **2** marks each.

21. The diagonals of a parallelogram are given by $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$. Find the area of the parallelogram.

22. Find the values of 'a' for which $f(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x - 2ax + b$ is decreasing on $\mathbb{R}$.

23. (a) दो मित्र अलग-अलग स्थानों से पतंग उड़ाते समय पाते हैं कि उनकी पतंग की डोर एक दूसरे को छू रही हैं । डोरियों को सदिशों $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$ द्वारा निरूपित किया जा सकता है । यह मानते हुए कि डोरियों में कोई ढील नहीं है, उनके बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) परिमाण 21 इकाई का एक सदिश ज्ञात कीजिए जो सदिश $\overrightarrow{AB}$ की विपरीत दिशा में हो जहाँ A(2, 1, 3) तथा B(8, –1, 0) हैं ।

24. x के लिए हल कीजिए :

$$2\tan^{-1} x + \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 4\sqrt{3}$$

25. (a) $2^{\cos^2 x}$ का $\cos^2 x$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए ।

अथवा

(b) यदि $\tan^{-1}(x^2 + y^2) = a^2$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

खण्ड – ग **6 × 3 = 18**

इस खण्ड में **6** लघु उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं ।

26. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफ द्वारा हल कीजिए :

व्यवरोधों $2x + 3y \le 6$

$3x - 2y \le 6$

$y \le 1,\ x \ge 0,\ y \ge 0$

के अंतर्गत $Z = 8x + 9y$ का अधिकतमीकरण करना ।

27. (a) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{2x-1}{(x-1)(x+2)(x-3)}\, dx$

अथवा

(b) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^5 (|x-1| + |x-2| + |x-5|)\, dx$

23. (a) Two friends while flying kites from different locations, find the strings of their kites crossing each other. The strings can be represented by vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$. Determine the angle formed between the kite strings. Assume there is no slack in the strings.

OR

(b) Find a vector of magnitude 21 units in the direction opposite to that of $\overrightarrow{AB}$ where A and B are the points A(2, 1, 3) and B(8, –1, 0) respectively.

24. Solve for x,

$$2 \tan^{-1} x + \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 4\sqrt{3}$$

25. (a) Differentiate $2^{\cos^2 x}$ w.r.t $\cos^2 x$.

OR

(b) If $\tan^{-1}(x^2 + y^2) = a^2$, then find $\frac{dy}{dx}$.

SECTION – C   6 × 3 = 18

This section comprises of **6** Short Answer (SA) type questions of **3** marks each.

26. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $Z = 8x + 9y$

Subject to the constraints :

$2x + 3y \leq 6$

$3x - 2y \leq 6$

$y \leq 1$

$x \geq 0, y \geq 0$

27. (a) Find : $\int \frac{2x-1}{(x-1)(x+2)(x-3)}\, dx$

OR

(b) Evaluate : $\int_0^5 (|x-1| + |x-2| + |x-5|)\, dx$

28. एक गोलाकार दवा का गोला जब पानी में डाला जाता है तो वह इस प्रकार घुल जाता है कि किसी भी क्षण आयतन में कमी की दर उसके पृष्ठीय क्षेत्रफल के समानुपाती होती है । इसकी त्रिज्या की कमी की दर की गणना करिए ।

29. $y = | x + 3 |$ का ग्राफ बनाइए तथा समाकलन के प्रयोग से वक्र तथा x-अक्ष के बीच के उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो $x = -6$ तथा $x = 0$ के बीच में है ।

30. (a) सत्यापित कीजिए कि $\vec{r} = (1 - \lambda)\hat{i} + (\lambda - 2)\hat{j} + (3 - 2\lambda)\hat{k}$ तथा $\vec{r} = (\mu + 1)\hat{i} + (2\mu - 1)\hat{j} - (2\mu + 1)\hat{k}$ द्वारा प्रदत्त रेखाएँ विषमतलीय हैं । अत: इनके बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) एक क्रिकेट मैच में, गेंदबाज, विकेट कीपर और लेग स्लिप क्षेत्र रक्षक की स्थिति एक पंक्ति में हैं तथा $\vec{B} = 2\hat{i} + 8\hat{j}$, $\vec{W} = 6\hat{i} + 12\hat{j}$ तथा $\vec{F} = 12\hat{i} + 18\hat{j}$ द्वारा क्रमश: प्रदत्त है । वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें विकेट कीपर, गेंदबाज और लेग स्लिप क्षेत्र रक्षक को मिलाने वाले रेखा खण्ड को विभाजित करता है ।

31. (a) किसी शनिवार, एक कक्षा में विद्यार्थियों की अनुपस्थिति की संख्या का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :

X	0	2	4	5
P(X)	p	2p	3p	p

जहाँ X, अनुपस्थित रहने वाले विद्यार्थियों की संख्या है ।

(i) p का मान ज्ञात कीजिए । **1**

(ii) शनिवार को अनुपस्थित रहने वाले विद्यार्थियों की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(b) समाचार पत्र में विज्ञापित रिक्तियों के लिए 3000 उम्मीदवारों ने आवेदन दिए । प्राप्त आँकड़ों से यह पाया गया कि कुल आवेदनकर्ताओं का $\frac{2}{3}$ भाग महिलाएँ थीं तथा शेष पुरुष थे । नौकरी के लिए चयन लिखित परीक्षा द्वारा किया गया । आवेदनकर्ताओं के प्रदर्शन से संकेत मिलता है कि लिखित परीक्षा में एक पुरुष के विशिष्ट अंक प्राप्त करने की प्रायिकता 0.4 है, तथा महिला के विशिष्ट अंक प्राप्त करने की प्रायिकता 0.35 है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यादृच्छया चुना गया आवेदक, लिखित परीक्षा में विशिष्ट अंक प्राप्त करने वाला है ।

~

28. A spherical medicine ball when dropped in water dissolves in such a way that the rate of decrease of volume at any instant is proportional to its surface area. Calculate the rate of decrease of its radius.

29. Sketch the graph of y = | $x + 3$ | and find the area of the region enclosed by the curve, x-axis, between $x = -6$ and $x = 0$, using integration.

30. (a) Verify that lines given by $\vec{r} = (1 - \lambda)\hat{i} + (\lambda - 2)\hat{j} + (3 - 2\lambda)\hat{k}$ and $\vec{r} = (\mu + 1)\hat{i} + (2\mu - 1)\hat{j} - (2\mu + 1)\hat{k}$ are skew lines. Hence, find shortest distance between the lines.

OR

(b) During a cricket match, the position of the bowler, the wicket keeper and the leg slip fielder are in a line given by $\vec{B} = 2\hat{i} + 8\hat{j}$, $\vec{W} = 6\hat{i} + 12\hat{j}$ and $\vec{F} = 12\hat{i} + 18\hat{j}$ respectively. Calculate the ratio in which the wicketkeeper divides the line segment joining the bowler and the leg slip fielder.

31. (a) The probability distribution for the number of students being absent in a class on a Saturday is as follows :

X	0	2	4	5
P(X)	p	2p	3p	p

Where X is the number of students absent.

(i) Calculate p. **1**

(ii) Calculate the mean of the number of absent students on Saturday. **2**

OR

(b) For the vacancy advertised in the newspaper, 3000 candidates submitted their applications. From the data it was revealed that two third of the total applicants were females and other were males. The selection for the job was done through a written test. The performance of the applicants indicates that the probability of a male getting a distinction in written test is 0.4 and that a female getting a distinction is 0.35. Find the probability that the candidate chosen at random will have a distinction in the written test.

खण्ड – घ

$4 \times 5 = 20$

इस खण्ड में **4** दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **5** अंक हैं ।

32. एक स्कूल अपने विद्यार्थियों को निम्न शर्तों के साथ तीन क्लबों में आबंटित करना चाहता है : खेल, संगीत और नाटक :

- खेल क्लब के विद्यार्थियों की संख्या, संगीत तथा नाटक क्लबों के विद्यार्थियों की संख्या के योगफल के समान हो ।
- संगीत क्लब के विद्यार्थियों की संख्या, खेल क्लब के विद्यार्थियों की संख्या के आधे से 20 अधिक हो ।
- इन तीनों क्लबों में आबंटित विद्यार्थियों की कुल संख्या 180 हो ।

मैट्रिक विधि द्वारा विभिन्न क्लबों में आबंटित विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए ।

33. ज्ञात कीजिए : $\int \sin^{-1} \sqrt{\frac{x}{a+x}}\, dx$

34. (a) यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$.

अथवा

(b) यदि $x = a\left(\cos\theta + \log\tan\frac{\theta}{2}\right)$ तथा $y = \sin\theta$ है, तो $\theta = \frac{\pi}{4}$ पर $\frac{d^2y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए ।

35. (a) रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ में बिंदु A(1, 6, 3) का प्रतिबिंब A' ज्ञात कीजिए । बिंदुओं A तथा A' को मिलाने वाली रेखा का समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) रेखा $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{-9}$ पर एक ऐसा बिंदु P ज्ञात कीजिए जिसकी बिंदु Q(2, 4, –1) से दूरी 7 इकाई हो । P तथा Q को मिलाने वाली रेखा का समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।

SECTION – D

4 × 5 = 20

This section comprises of **4** Long Answer (LA) type questions of **5** marks each.

32. A school wants to allocate students into three clubs : Sports, Music and Drama, under following conditions :

- The number of students in Sports club should be equal to the sum of the number of students in Music and Drama club.
- The number of students in Music club should be 20 more than half the number of students in Sports club.
- The total number of students to be allocated in all three clubs are 180.

Find the number of students allocated to different clubs, using matrix method.

33. Find : $\int \sin^{-1} \sqrt{\frac{x}{a+x}}\ dx$.

34. (a) If $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$, then prove that $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$.

OR

(b) If $x = a\left(\cos\theta + \log\tan\frac{\theta}{2}\right)$ and $y = \sin\theta$, then find $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $\theta = \frac{\pi}{4}$.

35. (a) Find the image A' of the point A(1, 6, 3) in the line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$. Also, find the equation of the line joining A and A'.

OR

(b) Find a point P on the line $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{-9}$ such that its distance from point Q(2, 4, –1) is 7 units. Also, find the equation of line joining P and Q.

खण्ड – ङ

इस खण्ड में **3** प्रकरण आधारित प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं । **3 × 4 = 12**

36. एक कक्षा शिक्षक अपने छात्रों द्वारा उन्हें सिखाई गई "संबंधों" की अवधारणा की सीख का आकलन करने के लिए उत्सुक है । वह निम्न पाँच संबंध जिनमें प्रत्येक समुच्चय $A = \{1, 2, 3\}$ पर परिभाषित है, लिखती है :

$R_1 = \{(2, 3), (3, 2)\}$

$R_2 = \{(1, 2), (1, 3), (3, 2)\}$

$R_3 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$

$R_4 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2)\}$

$R_5 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)\}$

विद्यार्थियों से उपरोक्त संबंधों के लिए निम्न लिखे प्रश्नों का उत्तर देने के लिए कहा जाता है :

(i) संबंध ज्ञात कीजिए जो स्वतुल्य और संक्रामक है परन्तु सममित नहीं है ।

(ii) संबंध ज्ञात कीजिए जो स्वतुल्य और सममित है परन्तु संक्रामक नहीं है ।

(iii) (a) संबंध ज्ञात कीजिए जो सममित हैं पर न तो स्वतुल्य और न ही संक्रामक है ।

अथवा

(iii) (b) संबंध R_2 को तुल्यता संबंध बनाने के लिए जिन युग्मों को जोड़ना होगा, उन्हें लिखिए ।

37.

एक बैंक अपने ग्राहकों को विभिन्न प्रकार के ब्याज पर ऋण उपलब्ध कराता है, जैसे कि फिक्स्ड दर, फ्लोटिंग दर और वेरिएबल दर । बैंक के पिछले आँकड़ों से यह ज्ञात है कि ग्राहक फिक्स्ड दर, फ्लोटिंग दर या वेरिएबल दर पर क्रमशः 10%, 20% और 70% प्रायिकता के साथ ऋण प्राप्त करते हैं । ऋण लेने के बाद ग्राहक ऋण का भुगतान कर सकता है या ऋण चुकाने में चूक भी कर सकता है । बैंक के आँकड़ों से पता चलता है कि फिक्स्ड रेट, फ्लोटिंग रेट और वेरिएबल रेट पर ऋण लेने के बाद किसी व्यक्ति द्वारा ऋण भुगतान पर चूक करने की प्रायिकता क्रमशः 5%, 3% और 1% है ।

उपरोक्त के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

(i) ऋण लेने के बाद एक ग्राहक के ऋण चुकाने में चूक करने की क्या प्रायिकता है ? **2**

(ii) एक ग्राहक ऋण लेने के बाद चुकाने में चूक करता है । क्या प्रायिकता है कि उसने वेरिएबल दर ब्याज पर ऋण लिया था ? **2**

SECTION – E $3 \times 4 = 12$

This section comprises of **3** case study/passage based questions of **4** marks each.

36. A class-room teacher is keen to assess the learning of her students the concept of "relations" taught to them. She writes the following five relations each defined on the set A = {1, 2, 3} :

$R_1 = \{(2, 3), (3, 2)\}$

$R_2 = \{(1, 2), (1, 3), (3, 2)\}$

$R_3 = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$

$R_4 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2)\}$

$R_5 = \{(1, 1), (1, 2), (3, 3), (2, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)\}$

The students are asked to answer the following questions about the above relations :

(i) Identify the relation which is reflexive, transitive but not symmetric.

(ii) Identify the relation which is reflexive and symmetric but not transitive.

(iii) (a) Identify the relations which are symmetric but neither reflexive nor transitive.

OR

(iii) (b) What pairs should be added to the relation R_2 to make it an equivalence relation ?

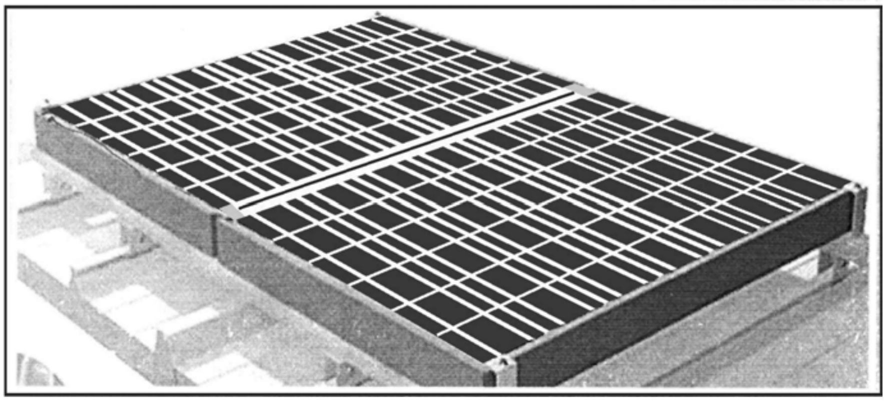
37.

A bank offers loan to its customers on different types of interest namely, fixed rate, floating rate and variable rate. From the past data with the bank, it is known that a customer avails loan on fixed rate, floating rate or variable rate with probabilities 10%, 20% and 70% respectively. A customer after availing loan can pay the loan or default on loan repayment. The bank data suggests that the probability that a person defaults on loan after availing it at fixed rate, floating rate and variable rate is 5%, 3% and 1% respectively.

Based on the above information, answer the following :

(i) What is the probability that a customer after availing the loan will default on the loan repayment ? **2**

(ii) A customer after availing the loan, defaults on loan repayment. What is the probability that he availed the loan at a variable rate of interest ? **2**

38. 

एक टेक्निकल कम्पनी आयताकार सौर पैनल बना रही है । जिन्हें छत पर लगाने के लिए उसके पास 300 मीटर सीमा पर लगाने की सामग्री है । पैनल के डिजाइन में एक साइड के समांतर विभाजन है जो पैनल को दो भागों में बाँटता है । माना विभाजन के लंबवत वाली भुजा की लंबाई x मीटर तथा इसके समांतर वाली भुजा की लंबाई y मीटर है ।

उपरोक्त सूचना के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

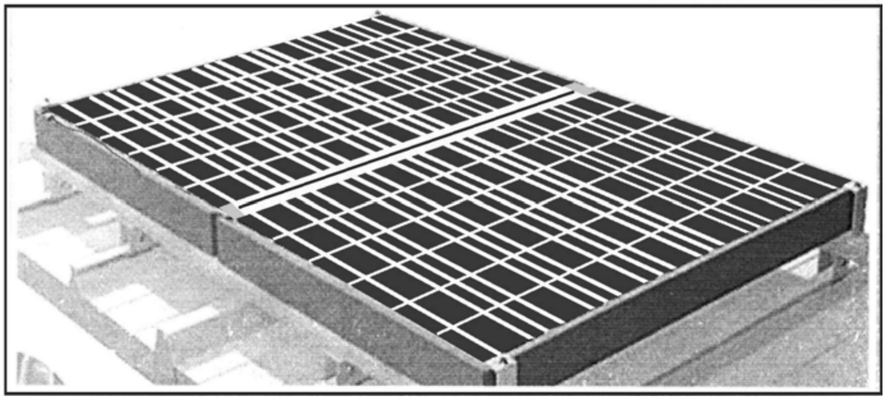
(i) सीमा की कुल सामग्री जो सीमा तथा समांतर विभाजन में प्रयोग होनी है, के प्रयोग से x तथा y में बनी समीकरण ज्ञात कीजिए । **1**

(ii) सौर पैनल का क्षेत्रफल x के फलन के रूप में लिखिए । **1**

(iii) (a) क्षेत्रफल फलन के क्रांतिक बिंदु ज्ञात कीजिए । द्वितीय अवकलज के प्रयोग से वह क्रांतिक बिंदु ज्ञात कीजिए जिस पर क्षेत्रफल अधिकतम है । अधिकतम क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(iii) (b) प्रथम अवकलज परीक्षण के प्रयोग से 300 मीटर सीमा सामग्री के प्रयोग से परिबद्ध अधिकतम क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जहाँ समांतर विभाजन को भी लिया गया है । **2**

38. 

A technical company is designing a rectangular solar panel installation on a roof using 300 metres of boundary material. The design includes a partition running parallel to one of the sides dividing the area (roof) into two sections.

Let the length of the side perpendicular to the partition be x metres and with parallel to the partition be y metres.

Based on this information, answer the following questions :

(i) Write the equation for the total boundary material used in the boundary and parallel to the partition in terms of x and y. **1**

(ii) Write the area of the solar panel as a function of x. **1**

(iii) (a) Find the critical points of the area function. Use second derivative test to determine critical points at the maximum area. Also, find the maximum area. **2**

OR

(iii) (b) Using first derivative test, calculate the maximum area the company can enclose with the 300 metres of boundary material, considering the parallel partition. **2**

Series PQ1RS/1

Set – 1

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/1**

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
- ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
- *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
- *Please check that this question paper contains **23** printed pages.*
- *Please check that this question paper contains **38** questions.*
- *Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.*
- ***Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.***
- *15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.*

गणित
MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

~~~

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) ***खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) ***खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) ***खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) ***खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. एक फलन $f : R_+ \to R$ (जहाँ R_+ सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है) $f(x) = 4x + 3$ द्वारा परिभाषित है, तो यह फलन :

(A) एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं है

(B) आच्छादक है परन्तु एकैकी नहीं है

(C) एकैकी तथा आच्छादक दोनों हैं

(D) न तो एकैकी और न ही आच्छादक है

2. यदि एक आव्यूह के 36 अवयव हैं, तो इसकी संभव कोटियों की संख्या है :

(A) 13 (B) 3

(C) 5 (D) 9
~~~

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. A function $f : R_+ \rightarrow R$ (where R_+ is the set of all non-negative real numbers) defined by $f(x) = 4x + 3$ is :

(A) one-one but not onto

(B) onto but not one-one

(C) both one-one and onto

(D) neither one-one nor onto

2. If a matrix has 36 elements, the number of possible orders it can have, is :

(A) 13 (B) 3

(C) 5 (D) 9

3. फलन $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x \neq 0 \\ 1 \quad , & x = 0 \end{cases}$ के लिए, निम्न कथनों में से कौन-सा सही है ?

(A) f(x) संतत और अवकलनीय है, सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए

(B) f(x) संतत है, सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए

(C) f(x) संतत और अवकलनीय है, सभी $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ के लिए

(D) f(x) अनंत बिंदुओं पर असंतत है

4. माना f(x) अन्तराल [a, b] में एक संतत फलन है और अन्तराल (a, b) में अवकलनीय है । तो यह फलन f(x) अन्तराल (a, b) में निरंतर वर्धमान होगा, यदि :

(A) $f'(x) < 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

(B) $f'(x) > 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

(C) $f'(x) = 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

(D) $f(x) > 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

5. यदि $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ है, तो $\left(\frac{24}{x} + \frac{24}{y}\right)$ का मान होगा :

(A) 7 (B) 6

(C) 8 (D) 18

6. $\int_a^b f(x)\,dx$ बराबर है :

(A) $\int_a^b f(a-x)\,dx$ (B) $\int_a^b f(a+b-x)\,dx$

(C) $\int_a^b f(x-(a+b))\,dx$ (D) $\int_a^b f((a-x)+(b-x))\,dx$

7. माना दो मात्रक सदिशों $\hat{a}$ और $\hat{b}$ के बीच का कोण θ इस प्रकार है कि $\sin\theta = \frac{3}{5}$ है । तो $\hat{a} \cdot \hat{b}$ बराबर है :

(A) $\pm\frac{3}{5}$ (B) $\pm\frac{3}{4}$

(C) $\pm\frac{4}{5}$ (D) $\pm\frac{4}{3}$

3. Which of the following statements is true for the function $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x \neq 0 \\ 1 \;\;, & x = 0 \end{cases}$?

(A) f(x) is continuous and differentiable $\forall\, x \in \mathbb{R}$

(B) f(x) is continuous $\forall\, x \in \mathbb{R}$

(C) f(x) is continuous and differentiable $\forall\, x \in \mathbb{R} - \{0\}$

(D) f(x) is discontinuous at infinitely many points

4. Let f(x) be a continuous function on [a, b] and differentiable on (a, b). Then, this function f(x) is strictly increasing in (a, b) if

(A) $f'(x) < 0, \forall\, x \in (a, b)$

(B) $f'(x) > 0, \forall\, x \in (a, b)$

(C) $f'(x) = 0, \forall\, x \in (a, b)$

(D) $f(x) > 0, \forall\, x \in (a, b)$

5. If $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$, then the value of $\left(\frac{24}{x} + \frac{24}{y}\right)$ is :

(A) 7 (B) 6

(C) 8 (D) 18

6. $\int_a^b f(x)\, dx$ is equal to :

(A) $\int_a^b f(a - x)\, dx$ (B) $\int_a^b f(a + b - x)\, dx$

(C) $\int_a^b f(x - (a + b))\, dx$ (D) $\int_a^b f((a - x) + (b - x))\, dx$

7. Let θ be the angle between two unit vectors $\hat{a}$ and $\hat{b}$ such that $\sin\theta = \frac{3}{5}$.

Then, $\hat{a} \cdot \hat{b}$ is equal to :

(A) $\pm \frac{3}{5}$ (B) $\pm \frac{3}{4}$

(C) $\pm \frac{4}{5}$ (D) $\pm \frac{4}{3}$

8. अवकल समीकरण $(1-x^2)\dfrac{dy}{dx} + xy = ax,\ -1 < x < 1$, का समाकलन गुणक है :

(A) $\dfrac{1}{x^2-1}$ (B) $\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

(C) $\dfrac{1}{1-x^2}$ (D) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

9. यदि किसी एक रेखा के दिक्-कोसाइन $\sqrt{3}\,k, \sqrt{3}\,k, \sqrt{3}\,k$ हैं, तो k का मान है :

(A) ± 1 (B) $\pm\sqrt{3}$

(C) ± 3 (D) $\pm\dfrac{1}{3}$

10. एक रैखिक प्रोग्रामन इष्टतमकारी समस्या संबंधित होती है :

(A) लघुगणकीय फलन से (B) रैखिक फलन से

(C) द्विघातीय फलन से (D) चरघातांकीय फलन से

11. यदि $P(A|B) = P(A'|B)$ है, तो निम्न में से कौन-सा कथन सही है ?

(A) $P(A) = P(A')$ (B) $P(A) = 2\,P(B)$

(C) $P(A \cap B) = \dfrac{1}{2}\,P(B)$ (D) $P(A \cap B) = 2\,P(B)$

12. $\begin{vmatrix} x+1 & x-1 \\ x^2+x+1 & x^2-x+1 \end{vmatrix}$ बराबर है :

(A) $2x^3$ (B) 2

(C) 0 (D) $2x^3 - 2$

13. x के सापेक्ष, $\sin(x^2)$ का अवकलज, $x = \sqrt{\pi}$ पर है :

(A) 1 (B) -1

(C) $-2\sqrt{\pi}$ (D) $2\sqrt{\pi}$

8. The integrating factor of the differential equation $(1 - x^2) \frac{dy}{dx} + xy = ax$, $-1 < x < 1$, is :

(A) $\frac{1}{x^2 - 1}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(C) $\frac{1}{1 - x^2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

9. If the direction cosines of a line are $\sqrt{3}\,k$, $\sqrt{3}\,k$, $\sqrt{3}\,k$, then the value of k is :

(A) ± 1 (B) $\pm \sqrt{3}$

(C) ± 3 (D) $\pm \frac{1}{3}$

10. A linear programming problem deals with the optimization of a/an :

(A) logarithmic function (B) linear function

(C) quadratic function (D) exponential function

11. If $P(A|B) = P(A'|B)$, then which of the following statements is true ?

(A) $P(A) = P(A')$ (B) $P(A) = 2\,P(B)$

(C) $P(A \cap B) = \frac{1}{2}\,P(B)$ (D) $P(A \cap B) = 2\,P(B)$

12. $\begin{vmatrix} x+1 & x-1 \\ x^2+x+1 & x^2-x+1 \end{vmatrix}$ is equal to :

(A) $2x^3$ (B) 2

(C) 0 (D) $2x^3 - 2$

13. The derivative of $\sin(x^2)$ w.r.t. x, at $x = \sqrt{\pi}$ is :

(A) 1 (B) -1

(C) $-2\sqrt{\pi}$ (D) $2\sqrt{\pi}$

14. अवकल समीकरण $\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = \frac{d^2y}{dx^2}$ की कोटि और घात क्रमशः हैं :

(A) 1, 2 (B) 2, 3

(C) 2, 1 (D) 2, 6

15. सदिश, जिसका अंतिम बिंदु A (2, – 3, 5) तथा प्रारंभिक बिंदु B (3, – 4, 7) है, है :

(A) $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ (B) $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

(C) $-\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ (D) $-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

16. y-अक्ष से बिंदु P(a, b, c) की दूरी है :

(A) b (B) b^2

(C) $\sqrt{a^2 + c^2}$ (D) $a^2 + c^2$

17. व्यवरोधों $x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 4$ से निर्धारित सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदुओं की संख्या है :

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3

18. यदि दो समान कोटि वाले शून्येतर वर्ग आव्यूहों A और B के लिए $(A + B)^2 = A^2 + B^2$ है, तो :

(A) AB = O (B) AB = – BA

(C) BA = O (D) AB = BA

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए ।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है ।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है ।

14. The order and degree of the differential equation $\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = \frac{d^2y}{dx^2}$ respectively are :

(A) 1, 2 (B) 2, 3

(C) 2, 1 (D) 2, 6

15. The vector with terminal point A (2, – 3, 5) and initial point B (3, – 4, 7) is :

(A) $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ (B) $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

(C) $-\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ (D) $-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

16. The distance of point P(a, b, c) from y-axis is :

(A) b (B) b^2

(C) $\sqrt{a^2 + c^2}$ (D) $a^2 + c^2$

17. The number of corner points of the feasible region determined by constraints $x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 4$ is :

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3

18. If A and B are two non-zero square matrices of same order such that $(A + B)^2 = A^2 + B^2$, then :

(A) AB = O (B) AB = – BA

(C) BA = O (D) AB = BA

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. *अभिकथन (A) :* आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & \cos\theta & 1 \\ -\cos\theta & 1 & \cos\theta \\ -1 & -\cos\theta & 1 \end{bmatrix}$, जहाँ $\theta \in [0, 2\pi]$ के लिए, $|A| \in [2, 4]$.

तर्क (R) : $\cos\theta \in [-1, 1], \forall\, \theta \in [0, 2\pi]$.

20. *अभिकथन (A) :* अंतरिक्ष में एक रेखा कभी भी एक साथ x, y और z अक्षों के लंबवत नहीं हो सकती है ।

तर्क (R) : किसी रेखा द्वारा x, y और z अक्षों की धनात्मक दिशाओं के साथ क्रमशः α, β और γ के कोण बनाने पर $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ है ।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. (क) जाँच कीजिए कि क्या फलन $f(x) = x^2\,|x|$, बिंदु $x = 0$ पर अवकलनीय है या नहीं ।

अथवा

(ख) यदि $y = \sqrt{\tan\sqrt{x}}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{x}\,\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1+y^4}{4y}$.

22. दर्शाइए कि फलन $f(x) = 4x^3 - 18x^2 + 27x - 7$ का उच्चतम या निम्नतम मान नहीं है ।

23. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int x\sqrt{1+2x}\;dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\;dx$$

19. *Assertion (A) :* For matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & \cos\theta & 1 \\ -\cos\theta & 1 & \cos\theta \\ -1 & -\cos\theta & 1 \end{bmatrix}$, where $\theta \in [0, 2\pi]$, $|A| \in [2, 4]$.

Reason (R) : $\cos\theta \in [-1, 1], \forall\, \theta \in [0, 2\pi]$.

20. *Assertion (A) :* A line in space cannot be drawn perpendicular to x, y and z axes simultaneously.

Reason (R) : For any line making angles, α, β, γ with the positive directions of x, y and z axes respectively, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Check whether the function $f(x) = x^2\,|x|$ is differentiable at $x = 0$ or not.

OR

(b) If $y = \sqrt{\tan\sqrt{x}}$, prove that $\sqrt{x}\,\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1+y^4}{4y}$.

22. Show that the function $f(x) = 4x^3 - 18x^2 + 27x - 7$ has neither maxima nor minima.

23. (a) Find :

$$\int x\sqrt{1+2x}\,dx$$

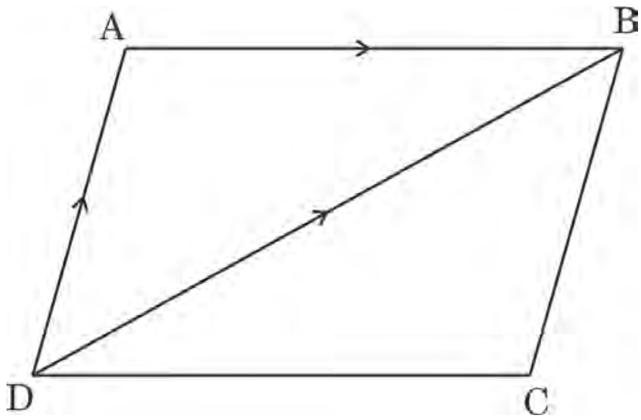
OR

(b) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$$

24. यदि दो शून्येतर सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ इस प्रकार हैं कि $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$ और $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, तो सिद्ध कीजिए कि $|\vec{b}| = \sqrt{2}\, |\vec{a}|$.

25. दी गई आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है । यदि $\vec{AB} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $\vec{DB} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$ हैं, तो $\vec{AD}$ ज्ञात कीजिए और इसके प्रयोग से समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।



खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।

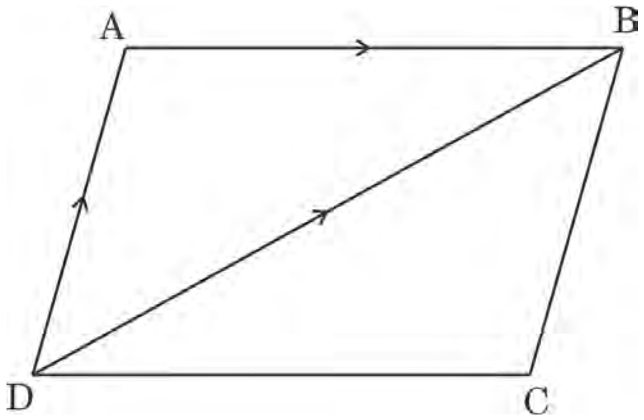
26. (क) समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ में एक संबंध $R = \{(x, y) : |x^2 - y^2| < 8\}$ द्वारा परिभाषित है । जाँच कीजिए कि क्या यह संबंध R स्वतुल्य, सममित और संक्रामक है ।

अथवा

(ख) फलन $f : R \to R$, $f(x) = ax + b$ द्वारा इस प्रकार परिभाषित है कि $f(1) = 1$ और $f(2) = 3$. फलन $f(x)$ ज्ञात कीजिए । अत:, जाँच कीजिए कि क्या फलन $f(x)$ एकैकी और आच्छादक है या नहीं ।

24. If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two non-zero vectors such that $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$ and $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, then prove that $|\vec{b}| = \sqrt{2}\,|\vec{a}|$.

25. In the given figure, ABCD is a parallelogram. If $\overrightarrow{AB} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\overrightarrow{DB} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$, then find $\overrightarrow{AD}$ and hence find the area of parallelogram ABCD.



SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) A relation R on set A = {1, 2, 3, 4, 5} is defined as R = {(x, y) : $|x^2 - y^2| < 8$}. Check whether the relation R is reflexive, symmetric and transitive.

OR

(b) A function f is defined from R → R as f(x) = ax + b, such that f(1) = 1 and f(2) = 3. Find function f(x). Hence, check whether function f(x) is one-one and onto or not.

27. (क) यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\dfrac{dy}{dx} = \sqrt{\dfrac{1-y^2}{1-x^2}}$.

अथवा

(ख) यदि $y = (\tan x)^x$ है, तो $\dfrac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

28. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2}{(x^2+4)(x^2+9)}\, dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^3 (|x-1| + |x-2| + |x-3|)\, dx$$

29. अवकल समीकरण $x^2 \dfrac{dy}{dx} - xy = x^2 \cos^2\left(\dfrac{y}{2x}\right)$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया हुआ है कि $y = \dfrac{\pi}{2}$, यदि $x = 1$.

30. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए :

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$$x + 2y \le 12$$
$$2x + y \le 12$$
$$4x + 5y \ge 20$$
$$x \ge 0, y \ge 0$$

$z = 500x + 300y$ का अधिकतमीकरण कीजिए ।

31. E और F दो स्वतंत्र घटनाएँ ऐसी हैं जिनके लिए $P(\bar{E}) = 0{\cdot}6$ तथा $P(E \cup F) = 0{\cdot}6$ है । $P(F)$ और $P(\bar{E} \cup \bar{F})$ ज्ञात कीजिए ।

27. (a) If $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$, prove that $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$.

OR

(b) If $y = (\tan x)^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

28. (a) Find :

$$\int \frac{x^2}{(x^2+4)(x^2+9)}\,dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_1^3 (|x-1|+|x-2|+|x-3|)\,dx$$

29. Find the particular solution of the differential equation given by $x^2 \frac{dy}{dx} - xy = x^2 \cos^2\left(\frac{y}{2x}\right)$, given that when $x = 1$, $y = \frac{\pi}{2}$.

30. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximise $z = 500x + 300y$,

subject to constraints

$$x + 2y \le 12$$

$$2x + y \le 12$$

$$4x + 5y \ge 20$$

$$x \ge 0, y \ge 0$$

31. E and F are two independent events such that $P(\bar{E}) = 0{\cdot}6$ and $P(E \cup F) = 0{\cdot}6$. Find P(F) and $P(\bar{E} \cup \bar{F})$.

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. (क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए और इसके प्रयोग से, निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$x - 2y = 10,\ 2x - y - z = 8,\ -2y + z = 7$

अथवा

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & a & 2 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -8 & 7 & -5 \\ b & y & 3 \end{bmatrix}$ है,

तो $(a + x) - (b + y)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

33. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x}\, dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1}(\sin x)\, dx$$

34. समाकलन विधि के प्रयोग से, दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ के उस क्षेत्र का, जो रेखाओं $x = -2$ और $x = 2$ के बीच है, क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

35. यदि रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ में बिंदु $P(x, y, z)$ का प्रतिबिम्ब $P'(1, 0, 7)$ है, तो बिंदु P के निर्देशांक ज्ञात कीजिए ।

SECTION D

This section comprises long answer type questions (LA) of 5 marks each.

32. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and use it to solve the following system of equations :

$x - 2y = 10,\ 2x - y - z = 8,\ -2y + z = 7$

OR

(b) If $A = \begin{bmatrix} -1 & a & 2 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -8 & 7 & -5 \\ b & y & 3 \end{bmatrix}$,

find the value of $(a + x) - (b + y)$.

33. (a) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x + \cos x}{9 + 16 \sin 2x}\, dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \tan^{-1} (\sin x)\, dx$$

34. Using integration, find the area of the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$, included between the lines $x = -2$ and $x = 2$.

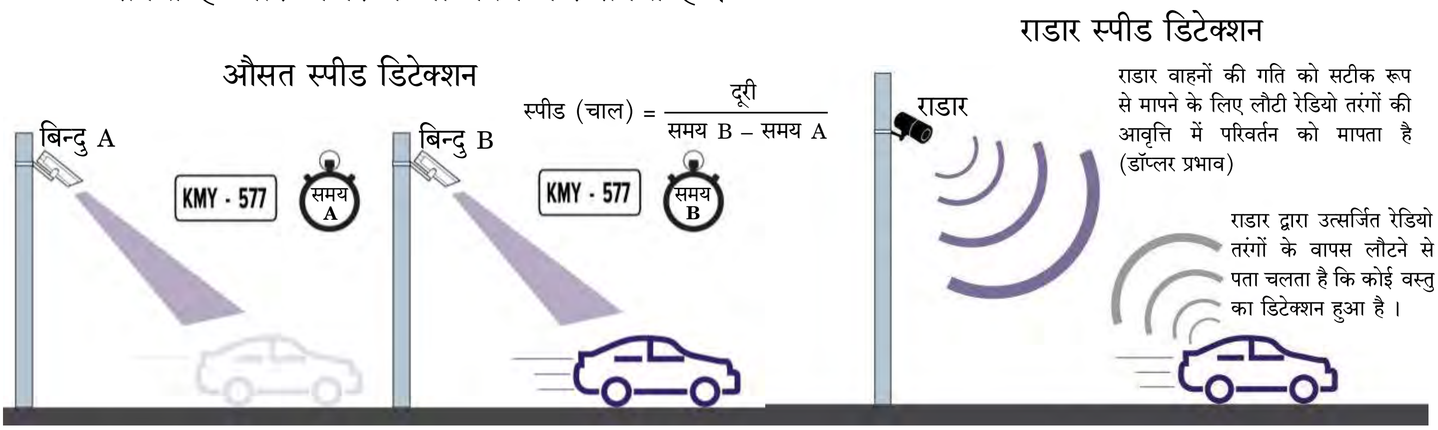
35. The image of point $P(x, y, z)$ with respect to line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ is $P'(1, 0, 7)$. Find the coordinates of point P.

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. ट्रैफिक पुलिस ने शहर में विभिन्न स्थानों पर ओवर स्पीड उल्लंघन डिटेक्शन (OSVD) प्रणाली स्थापित की है । ये कैमरे 300 मीटर की दूरी से तेज गति से चलने वाले वाहन की फोटो ले सकते हैं और अँधेरे में भी काम कर सकते हैं ।



एक खंभे पर 5 मीटर की उँचाई पर एक कैमरा स्थापित किया गया है । यह 20 मीटर / सेकंड की गति से खंभे से दूर जा रही एक कार का पता लगाता है । खंभे के पाद से x मीटर दूरी पर किसी भी बिंदु पर, कार C से स्पीड कैमरे का उन्नयन कोण θ है ।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) खंभे पर स्थापित किए गए कैमरे की ऊँचाई और x के रूप में θ को व्यक्त कीजिए । *1*

(ii) $\frac{d\theta}{dx}$ ज्ञात कीजिए । *1*

(iii) (क) जब कार खंभे से 50 मीटर दूर हो, तो उस क्षण पर समय के सापेक्ष उन्नयन कोण में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

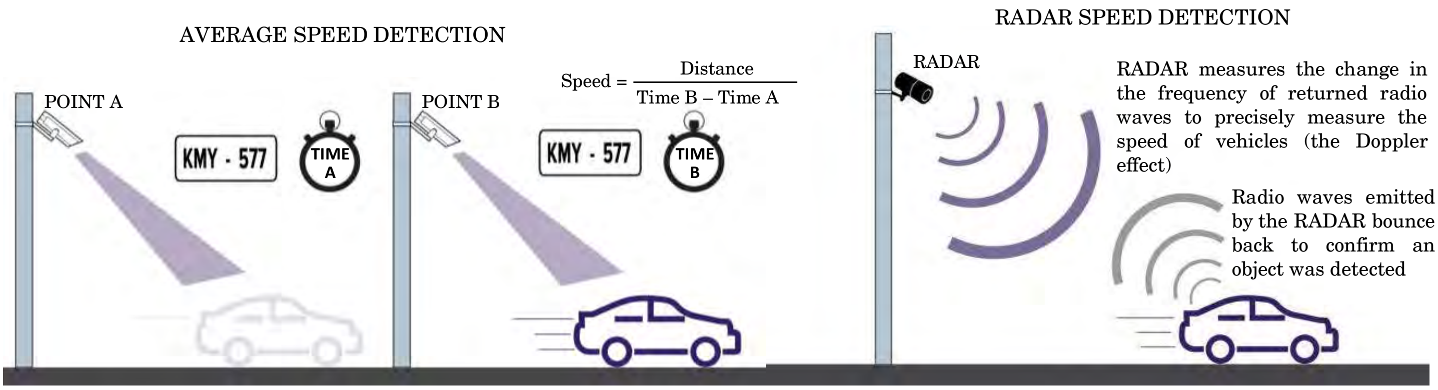
(iii) (ख) यदि खंभे के पाद से 50 मीटर की दूरी पर दूसरी कार के समय के सापेक्ष उन्नयन कोण में परिवर्तन की दर $\frac{3}{101}$ रेडियन/सेकंड है, तो कार की गति ज्ञात कीजिए । *2*

SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. The traffic police has installed Over Speed Violation Detection (OSVD) system at various locations in a city. These cameras can capture a speeding vehicle from a distance of 300 m and even function in the dark.



A camera is installed on a pole at the height of 5 m. It detects a car travelling away from the pole at the speed of 20 m/s. At any point, x m away from the base of the pole, the angle of elevation of the speed camera from the car C is θ.

On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Express θ in terms of height of the camera installed on the pole and x. *1*

(ii) Find $\frac{d\theta}{dx}$. *1*

(iii) (a) Find the rate of change of angle of elevation with respect to time at an instant when the car is 50 m away from the pole. *2*

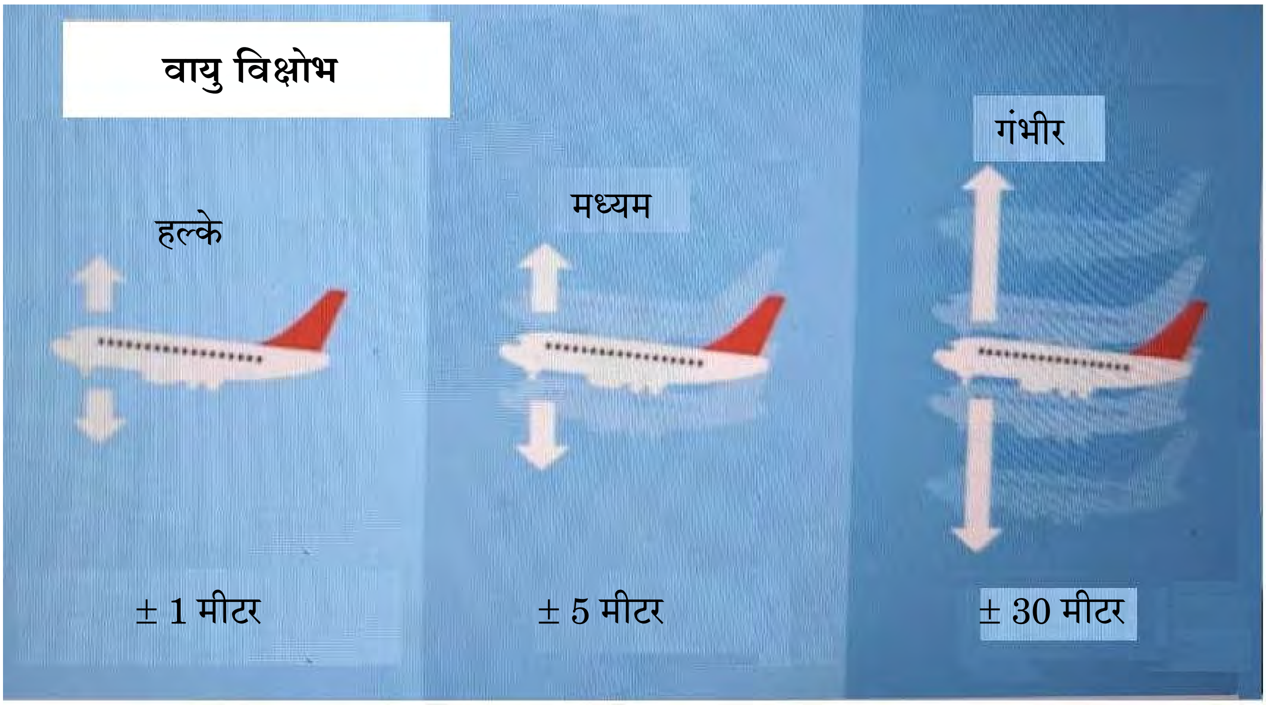
OR

(iii) (b) If the rate of change of angle of elevation with respect to time of another car at a distance of 50 m from the base of the pole is $\frac{3}{101}$ rad/s, then find the speed of the car. *2*

प्रकरण अध्ययन – 2

37. हाल के शोध के अनुसार, जलवायु परिवर्तन के कारण दुनिया भर के विभिन्न क्षेत्रों में वायु विक्षोभ बढ़ता है । वायु विक्षोभ उड़ान को मुश्किल बना देता है और अक्सर उड़ान में देरी करता है ।

मान लीजिए कि एक हवाई जहाज समान प्रायिकता के साथ गंभीर विक्षोभ, मध्यम विक्षोभ या हल्के विक्षोभ का अनुभव करता है । इसके अलावा, गंभीर विक्षोभ, मध्यम विक्षोभ और हल्के विक्षोभ के कारण हवाई जहाज के गंतव्य पर देर से पहुँचने की प्रायिकता क्रमश: 55%, 37% और 17% है ।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

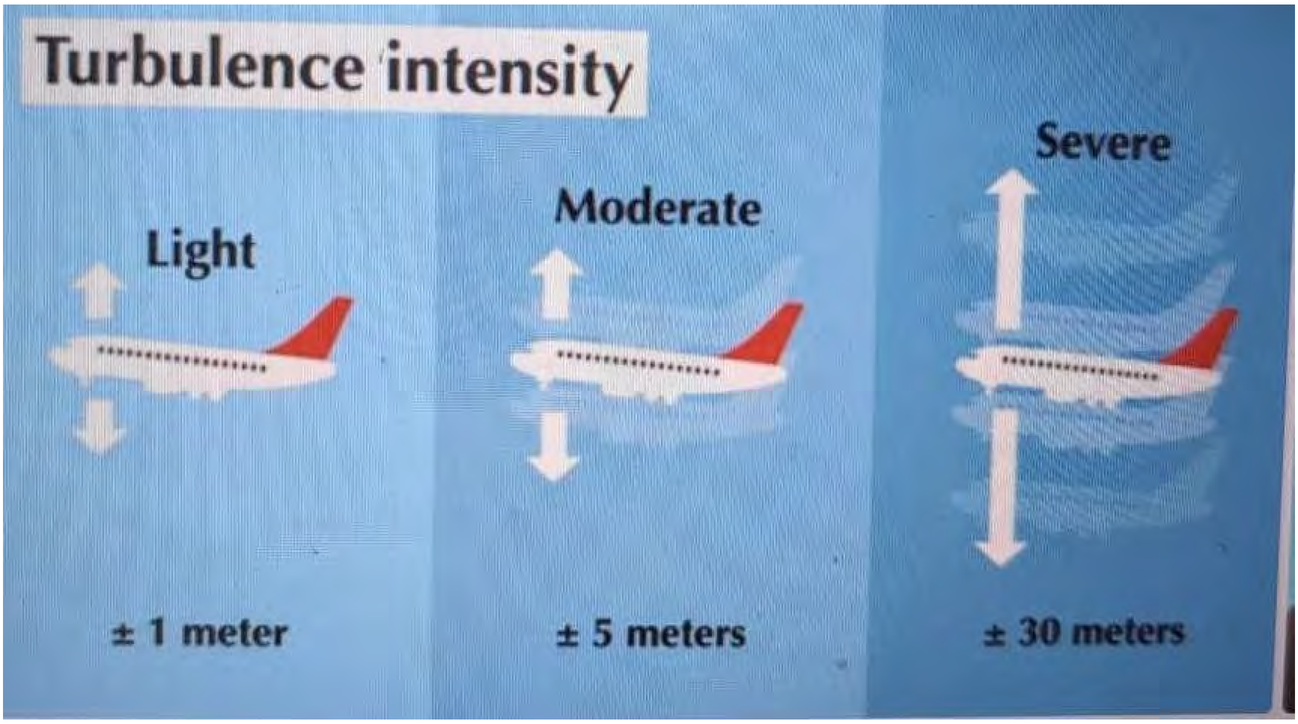
(i) हवाई जहाज के गंतव्य पर देर से पहुँचने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । *2*

(ii) यदि हवाई जहाज अपने गंतव्य पर देर से पहुँचता है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि ऐसा मध्यम विक्षोभ के कारण हुआ है । *2*

Case Study – 2

37. According to recent research, air turbulence has increased in various regions around the world due to climate change. Turbulence makes flights bumpy and often delays the flights.

Assume that, an airplane observes severe turbulence, moderate turbulence or light turbulence with equal probabilities. Further, the chance of an airplane reaching late to the destination are 55%, 37% and 17% due to severe, moderate and light turbulence respectively.



On the basis of the above information, answer the following questions :

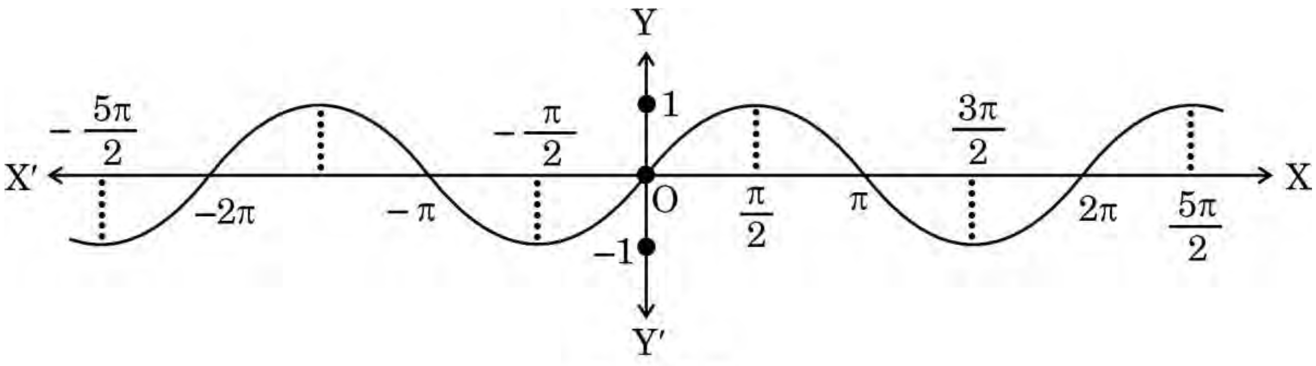
(i) Find the probability that an airplane reached its destination late. *2*

(ii) If the airplane reached its destination late, find the probability that it was due to moderate turbulence. *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. यदि फलन $f : X \rightarrow Y$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = y$ एकैकी तथा आच्छादक हो, तो हम एक अद्वितीय फलन $g : Y \rightarrow X$ इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं कि $g(y) = x$, जहाँ $x \in X$ तथा $y = f(x)$, $y \in Y$ है । फलन g को फलन f का प्रतिलोम कहा जाता है ।

sine फलन का प्रांत R और फलन sine : $R \rightarrow R$ न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है । निम्न आकृति में sine फलन का आलेख दिखाया गया है ।



$y = \sin x$

मान लीजिए sine फलन समुच्चय A से $[-1, 1]$ इस प्रकार परिभाषित है कि sine फलन के प्रतिलोम का अस्तित्व है, यानि $\sin^{-1} x : [-1, 1] \rightarrow A$ पर परिभाषित है ।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यदि A मुख्य मान शाखा के अलावा अन्य अंतराल है, तो ऐसे एक अंतराल का उदाहरण दीजिए । *1*

(ii) यदि $\sin^{-1}(x)$ को $[-1, 1]$ से इसकी मुख्य मान शाखा में परिभाषित किया गया हो, तो $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) - \sin^{-1}(1)$ का मान ज्ञात कीजिए । *1*

(iii) (क) $[-1, 1]$ से मुख्य मान शाखा तक के लिए $\sin^{-1} x$ का आलेख बनाइए । *2*

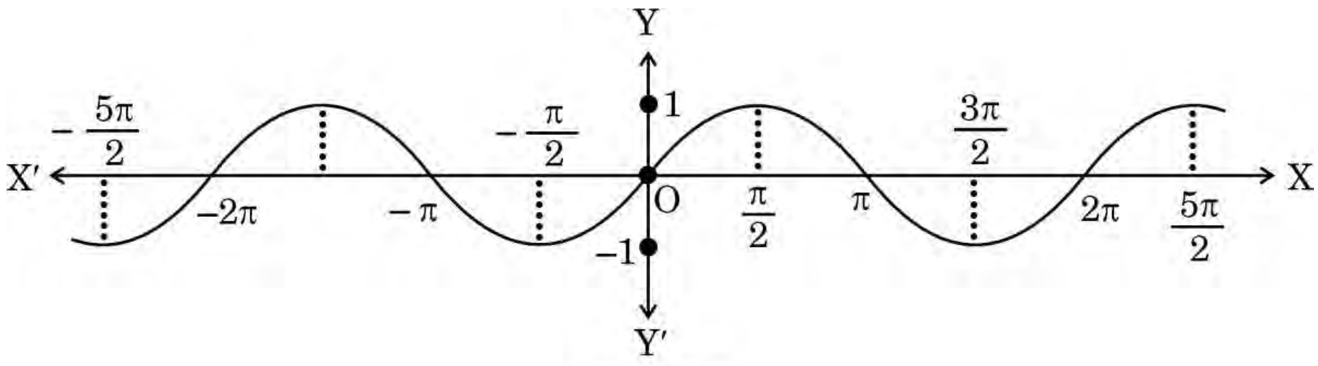
अथवा

(iii) (ख) $f(x) = 2\sin^{-1}(1 - x)$ का प्रांत और परिसर ज्ञात कीजिए । *2*

Case Study – 3

38. If a function $f : X \rightarrow Y$ defined as $f(x) = y$ is one-one and onto, then we can define a unique function $g : Y \rightarrow X$ such that $g(y) = x$, where $x \in X$ and $y = f(x)$, $y \in Y$. Function g is called the inverse of function f.

The domain of sine function is R and function sine : $R \rightarrow R$ is neither one-one nor onto. The following graph shows the sine function.



y = sin x

Let sine function be defined from set A to [– 1, 1] such that inverse of sine function exists, i.e., $\sin^{-1} x$ is defined from [– 1, 1] to A.

On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) If A is the interval other than principal value branch, give an example of one such interval. *1*

(ii) If $\sin^{-1}(x)$ is defined from [– 1, 1] to its principal value branch, find the value of $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) - \sin^{-1}(1)$. *1*

(iii) (a) Draw the graph of $\sin^{-1} x$ from [– 1, 1] to its principal value branch. *2*

OR

(iii) (b) Find the domain and range of $f(x) = 2\sin^{-1}(1 - x)$. *2*

Series PQ1RS/1

Set – 2

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/2**

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
- ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
- *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
- *Please check that this question paper contains **23** printed pages.*
- *Please check that this question paper contains **38** questions.*
- *Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.*
- ***Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.***
- *15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.*

गणित
MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) ***खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) ***खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) ***खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) ***खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. माना दो मात्रक सदिशों $\hat{a}$ और $\hat{b}$ के बीच का कोण θ इस प्रकार है कि $\sin\theta = \frac{3}{5}$ है । तो $\hat{a} \cdot \hat{b}$ बराबर है :

(A) $\pm \frac{3}{5}$ (B) $\pm \frac{3}{4}$

(C) $\pm \frac{4}{5}$ (D) $\pm \frac{4}{3}$

2. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} - y = x^4 - 3x$ का समाकलन गुणक है :

(A) x (B) $-x$

(C) x^{-1} (D) $\log(x^{-1})$

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains* ***38*** *questions.* ***All*** *questions are* ***compulsory****.*

(ii) *This question paper is divided into* ***five*** *Sections –* ***A, B, C, D*** *and* ***E****.*

(iii) *In* ***Section A,*** *Questions no.* ***1*** *to* ***18*** *are multiple choice questions (MCQs) and questions number* ***19*** *and* ***20*** *are Assertion-Reason based questions of* ***1*** *mark each.*

(iv) *In* ***Section B,*** *Questions no.* ***21*** *to* ***25*** *are very short answer (VSA) type questions, carrying* ***2*** *marks each.*

(v) *In* ***Section C,*** *Questions no.* ***26*** *to* ***31*** *are short answer (SA) type questions, carrying* ***3*** *marks each.*

(vi) *In* ***Section D,*** *Questions no.* ***32*** *to* ***35*** *are long answer (LA) type questions carrying* ***5*** *marks each.*

(vii) *In* ***Section E,*** *Questions no.* ***36*** *to* ***38*** *are case study based questions carrying* ***4*** *marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculators is* ***not*** *allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. Let θ be the angle between two unit vectors $\hat{a}$ and $\hat{b}$ such that $\sin\theta = \frac{3}{5}$.

Then, $\hat{a} \cdot \hat{b}$ is equal to :

(A) $\pm \frac{3}{5}$ (B) $\pm \frac{3}{4}$

(C) $\pm \frac{4}{5}$ (D) $\pm \frac{4}{3}$

2. The integrating factor of the differential equation $x \frac{dy}{dx} - y = x^4 - 3x$ is :

(A) x (B) $-x$

(C) x^{-1} (D) $\log(x^{-1})$

3. यदि किसी एक रेखा के दिक्-कोसाइन $\sqrt{3}\,k$, $\sqrt{3}\,k$, $\sqrt{3}\,k$ हैं, तो k का मान है :

(A) ± 1 (B) $\pm \sqrt{3}$

(C) ± 3 (D) $\pm \frac{1}{3}$

4. एक रैखिक प्रोग्रामन इष्टतमकारी समस्या संबंधित होती है :

(A) लघुगणकीय फलन से (B) रैखिक फलन से

(C) द्विघातीय फलन से (D) चरघातांकीय फलन से

5. यदि $P(A|B) = P(A'|B)$ है, तो निम्न में से कौन-सा कथन सही है ?

(A) $P(A) = P(A')$ (B) $P(A) = 2\,P(B)$

(C) $P(A \cap B) = \frac{1}{2}\,P(B)$ (D) $P(A \cap B) = 2\,P(B)$

6. यदि a_{ij} और A_{ij} $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$ के क्रमशः (ij)वाँ अवयव और सहखण्ड दर्शाते हों, तो $a_{11}A_{21} + a_{12}A_{22} + a_{13}A_{23}$ का मान होगा :

(A) 0 (B) -28

(C) 114 (D) -114

7. x के सापेक्ष, $\sin(x^2)$ का अवकलज, $x = \sqrt{\pi}$ पर है :

(A) 1 (B) -1

(C) $-2\sqrt{\pi}$ (D) $2\sqrt{\pi}$

8. अवकल समीकरण $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = \frac{d^2y}{dx^2}$ की कोटि और घात क्रमशः हैं :

(A) 1, 2 (B) 2, 3

(C) 2, 1 (D) 2, 6

3. If the direction cosines of a line are $\sqrt{3}\,k$, $\sqrt{3}\,k$, $\sqrt{3}\,k$, then the value of k is :

(A) ± 1
(B) $\pm \sqrt{3}$
(C) ± 3
(D) $\pm \frac{1}{3}$

4. A linear programming problem deals with the optimization of a/an :

(A) logarithmic function
(B) linear function
(C) quadratic function
(D) exponential function

5. If $P(A|B) = P(A'|B)$, then which of the following statements is true ?

(A) $P(A) = P(A')$
(B) $P(A) = 2\,P(B)$
(C) $P(A \cap B) = \frac{1}{2}\,P(B)$
(D) $P(A \cap B) = 2\,P(B)$

6. If a_{ij} and A_{ij} represent the $(ij)^{th}$ element and its cofactor of $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$ respectively, then the value of $a_{11}A_{21} + a_{12}A_{22} + a_{13}A_{23}$ is :

(A) 0
(B) – 28
(C) 114
(D) – 114

7. The derivative of $\sin(x^2)$ w.r.t. x, at $x = \sqrt{\pi}$ is :

(A) 1
(B) – 1
(C) $-2\sqrt{\pi}$
(D) $2\sqrt{\pi}$

8. The order and degree of the differential equation $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = \frac{d^2y}{dx^2}$ respectively are :

(A) 1, 2
(B) 2, 3
(C) 2, 1
(D) 2, 6

9. सदिश, जिसका अंतिम बिंदु A (2, – 3, 5) तथा प्रारंभिक बिंदु B (3, – 4, 7) है, है :

(A) $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ (B) $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

(C) $-\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ (D) $-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

10. y-अक्ष से बिंदु P(a, b, c) की दूरी है :

(A) b (B) b^2

(C) $\sqrt{a^2 + c^2}$ (D) $a^2 + c^2$

11. व्यवरोधों $x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 4$ से निर्धारित सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदुओं की संख्या है :

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3

12. यदि दो समान कोटि वाले शून्येतर वर्ग आव्यूहों A और B के लिए $(A + B)^2 = A^2 + B^2$ है, तो :

(A) AB = O (B) AB = – BA

(C) BA = O (D) AB = BA

13. समुच्चय $A = \{x : x \in Z$ और $0 \leq x \leq 10\}$ में $R = \{(x, y) : x = y\}$ द्वारा परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है । तुल्यता वर्गों की संख्या है :

(A) 1 (B) 2

(C) 10 (D) 11

14. यदि एक आव्यूह के 36 अवयव हैं, तो इसकी संभव कोटियों की संख्या है :

(A) 13 (B) 3

(C) 5 (D) 9

15. बिंदुओं की संख्या, जहाँ $f(x) = [x], 0 < x < 3$ ([·] सबसे बड़े पूर्णांक फलन को दर्शाता है) अवकलनीय नहीं है, है :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

9. The vector with terminal point A (2, – 3, 5) and initial point B (3, – 4, 7) is :

(A) $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ (B) $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

(C) $-\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ (D) $-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

10. The distance of point P(a, b, c) from y-axis is :

(A) b (B) b^2

(C) $\sqrt{a^2 + c^2}$ (D) $a^2 + c^2$

11. The number of corner points of the feasible region determined by constraints $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \geq 4$ is :

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3

12. If A and B are two non-zero square matrices of same order such that $(A + B)^2 = A^2 + B^2$, then :

(A) AB = O (B) AB = – BA

(C) BA = O (D) AB = BA

13. A relation R defined on set A = {x : x ∈ Z and 0 ≤ x ≤ 10} as R = {(x, y) : x = y} is given to be an equivalence relation. The number of equivalence classes is :

(A) 1 (B) 2

(C) 10 (D) 11

14. If a matrix has 36 elements, the number of possible orders it can have, is :

(A) 13 (B) 3

(C) 5 (D) 9

15. The number of points, where f(x) = [x], 0 < x < 3 ([·] denotes greatest integer function) is not differentiable is :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

16. माना f(x) अन्तराल [a, b] में एक संतत फलन है और अन्तराल (a, b) में अवकलनीय है । तो यह फलन f(x) अन्तराल (a, b) में निरंतर वर्धमान होगा, यदि :

(A) $f'(x) < 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

(B) $f'(x) > 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

(C) $f'(x) = 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

(D) $f(x) > 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

17. यदि $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ है, तो $\left(\frac{24}{x} + \frac{24}{y}\right)$ का मान होगा :

(A) 7 (B) 6

(C) 8 (D) 18

18. यदि $\int_0^a \frac{1}{4 + x^2}\, dx = \frac{\pi}{6}$ है, तो 'a' का मान है :

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $2\sqrt{3}$

(C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए ।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है ।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है ।

16. Let f(x) be a continuous function on [a, b] and differentiable on (a, b). Then, this function f(x) is strictly increasing in (a, b) if

(A) $f'(x) < 0, \forall x \in (a, b)$

(B) $f'(x) > 0, \forall x \in (a, b)$

(C) $f'(x) = 0, \forall x \in (a, b)$

(D) $f(x) > 0, \forall x \in (a, b)$

17. If $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$, then the value of $\left(\frac{24}{x} + \frac{24}{y}\right)$ is :

(A) 7 (B) 6

(C) 8 (D) 18

18. If $\int_0^a \frac{1}{4+x^2}\,dx = \frac{\pi}{6}$, then the value of 'a' is :

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $2\sqrt{3}$

(C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. *अभिकथन (A) :* अंतरिक्ष में एक रेखा कभी भी एक साथ x, y और z अक्षों के लंबवत नहीं हो सकती है ।

तर्क (R) : किसी रेखा द्वारा x, y और z अक्षों की धनात्मक दिशाओं के साथ क्रमश: α, β और γ के कोण बनाने पर $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ है ।

20. *अभिकथन (A) :* आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & \cos\theta & 1 \\ -\cos\theta & 1 & \cos\theta \\ -1 & -\cos\theta & 1 \end{bmatrix}$, जहाँ $\theta \in [0, 2\pi]$ के लिए, $|A| \in [2, 4]$.

तर्क (R) : $\cos\theta \in [-1, 1], \forall\, \theta \in [0, 2\pi]$.

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int x\sqrt{1+2x}\, dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\, dx$$

22. यदि दो शून्येतर सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ इस प्रकार हैं कि $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$ और $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, तो सिद्ध कीजिए कि $|\vec{b}| = \sqrt{2}\, |\vec{a}|$.

19. *Assertion (A) :* A line in space cannot be drawn perpendicular to x, y and z axes simultaneously.

Reason (R) : For any line making angles, α, β, γ with the positive directions of x, y and z axes respectively, $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

20. *Assertion (A) :* For matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & \cos\theta & 1 \\ -\cos\theta & 1 & \cos\theta \\ -1 & -\cos\theta & 1 \end{bmatrix}$, where $\theta \in [0, 2\pi]$, $|A| \in [2, 4]$.

Reason (R) : $\cos\theta \in [-1, 1], \forall \theta \in [0, 2\pi]$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Find :

$$\int x\sqrt{1+2x}\,dx$$

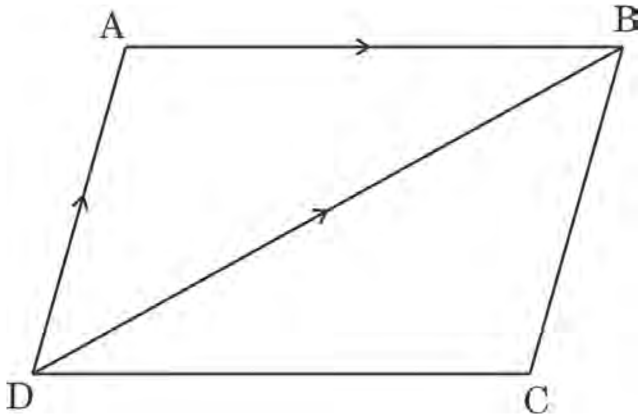
OR

(b) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$$

22. If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two non-zero vectors such that $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$ and $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, then prove that $|\vec{b}| = \sqrt{2}\,|\vec{a}|$.

23. दी गई आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है । यदि $\overrightarrow{AB} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $\overrightarrow{DB} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$ हैं, तो $\overrightarrow{AD}$ ज्ञात कीजिए और इसके प्रयोग से समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।



24. (क) यदि $y = \sqrt{\cos x + y}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{1 - 2y}$.

अथवा

(ख) दर्शाइए कि फलन $f(x) = |x|^3$ अपने प्रांत के सभी बिंदुओं पर अवकलनीय है ।

25. फलन $f(x) = 12x^{4/3} - 6x^{1/3}, x \in [0, 1]$ का निरपेक्ष उच्चतम मान और निरपेक्ष निम्नतम मान ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।

26. (क) ज्ञात कीजिए :

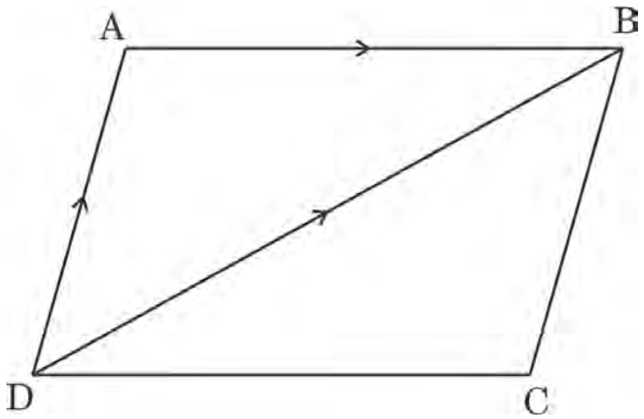
$$\int \frac{x^2}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)} \, dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^3 (|x - 1| + |x - 2| + |x - 3|) \, dx$$

23. In the given figure, ABCD is a parallelogram. If $\vec{AB} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\vec{DB} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$, then find $\vec{AD}$ and hence find the area of parallelogram ABCD.



24. (a) If $y = \sqrt{\cos x + y}$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{1 - 2y}$.

OR

(b) Show that the function $f(x) = |x|^3$ is differentiable at all points of its domain.

25. Find the absolute maximum and minimum values of the function $f(x) = 12x^{4/3} - 6x^{1/3}, x \in [0, 1]$.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) Find :

$$\int \frac{x^2}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)} dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_1^3 (|x - 1| + |x - 2| + |x - 3|) \, dx$$

27. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

28. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$$x + 2y \geq 4$$
$$3x + y \leq 6$$
$$x + y \leq 4$$
$$x, y \geq 0$$

$z = 5x + 4y$ का अधिकतमीकरण कीजिए ।

29. E और F दो स्वतंत्र घटनाएँ ऐसी हैं जिनके लिए $P(\bar{E}) = 0{\cdot}6$ तथा $P(E \cup F) = 0{\cdot}6$ है । $P(F)$ और $P(\bar{E} \cup \bar{F})$ ज्ञात कीजिए ।

30. (क) समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ में एक संबंध $R = \{(x, y) : |x^2 - y^2| < 8\}$ द्वारा परिभाषित है । जाँच कीजिए कि क्या यह संबंध R स्वतुल्य, सममित और संक्रामक है ।

अथवा

(ख) फलन $f : R \to R$, $f(x) = ax + b$ द्वारा इस प्रकार परिभाषित है कि $f(1) = 1$ और $f(2) = 3$. फलन $f(x)$ ज्ञात कीजिए । अत:, जाँच कीजिए कि क्या फलन $f(x)$ एकैकी और आच्छादक है या नहीं ।

31. (क) यदि $\sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2} = a(x - y)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1 - y^2}{1 - x^2}}$.

अथवा

(ख) यदि $y = (\tan x)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

27. Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$.

28. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximise $z = 5x + 4y$

subject to the constraints

$x + 2y \geq 4$

$3x + y \leq 6$

$x + y \leq 4$

$x, y \geq 0$

29. E and F are two independent events such that $P(\bar{E}) = 0{\cdot}6$ and $P(E \cup F) = 0{\cdot}6$. Find P(F) and $P(\bar{E} \cup \bar{F})$.

30. (a) A relation R on set A = {1, 2, 3, 4, 5} is defined as $R = \{(x, y) : |x^2 - y^2| < 8\}$. Check whether the relation R is reflexive, symmetric and transitive.

OR

(b) A function f is defined from $R \to R$ as $f(x) = ax + b$, such that $f(1) = 1$ and $f(2) = 3$. Find function f(x). Hence, check whether function f(x) is one-one and onto or not.

31. (a) If $\sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2} = a(x - y)$, prove that $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1 - y^2}{1 - x^2}}$.

OR

(b) If $y = (\tan x)^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{0}^{\pi/2} e^{x} \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x}\right) dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin 2x}}\, dx$$

33. समाकलन विधि के प्रयोग से, दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ के उस क्षेत्र का, जो रेखाओं $x = -2$ और $x = 2$ के बीच है, क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

34. समांतर चतुर्भुज ABCD की भुजाओं के समीकरण निम्न हैं :

AB : $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{2}$

BC : $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-5}{3}$

CD : $\frac{x-4}{1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-8}{2}$

DA : $\frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-4}{3}$

विकर्ण BD का समीकरण ज्ञात कीजिए ।

SECTION D

This section comprises long answer type questions (LA) of 5 marks each.

32. (a) Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} e^x \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x}\right) dx$$

OR

(b) Find :

$$\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin 2x}}\, dx$$

33. Using integration, find the area of the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$, included between the lines $x = -2$ and $x = 2$.

34. Equations of sides of a parallelogram ABCD are as follows :

AB : $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{2}$

BC : $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-5}{3}$

CD : $\frac{x-4}{1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-8}{2}$

DA : $\frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-4}{3}$

Find the equation of diagonal BD.

35. (क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए और इसके प्रयोग से, निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$x - 2y = 10, 2x - y - z = 8, -2y + z = 7$

अथवा

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & a & 2 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -8 & 7 & -5 \\ b & y & 3 \end{bmatrix}$ है,

तो $(a + x) - (b + y)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

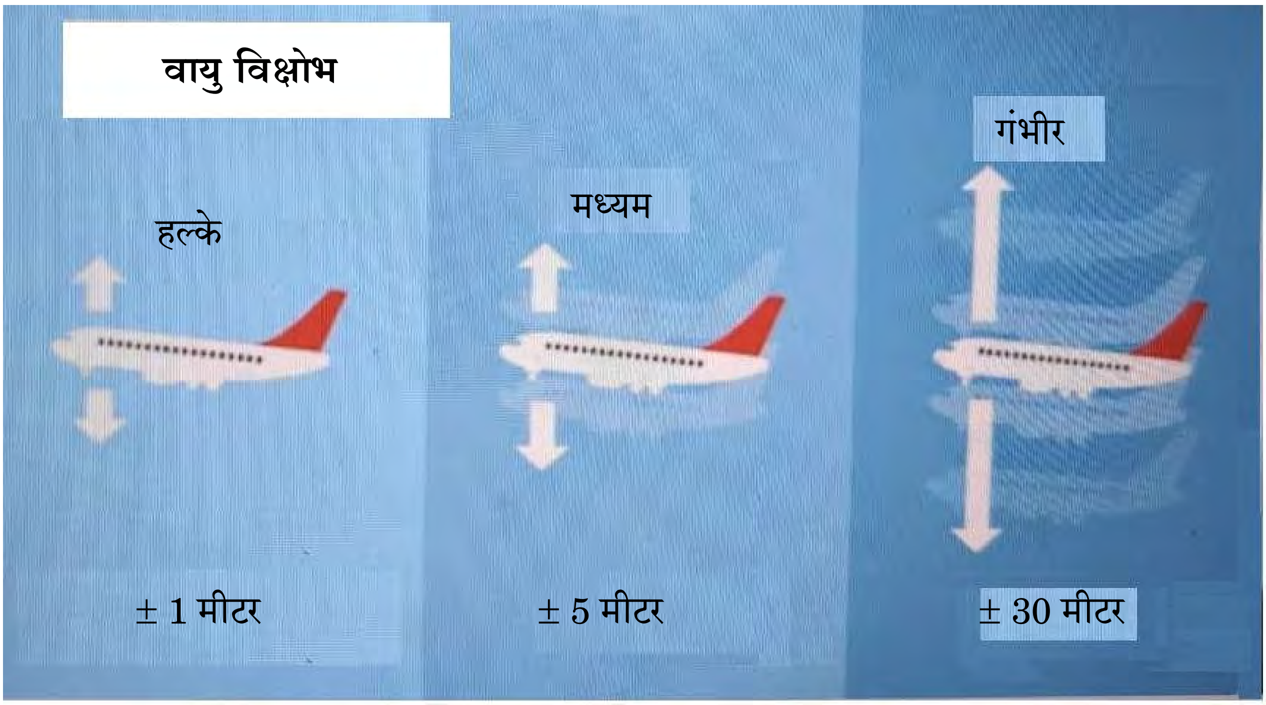
खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. हाल के शोध के अनुसार, जलवायु परिवर्तन के कारण दुनिया भर के विभिन्न क्षेत्रों में वायु विक्षोभ बढ़ता है । वायु विक्षोभ उड़ान को मुश्किल बना देता है और अक्सर उड़ान में देरी करता है ।

मान लीजिए कि एक हवाई जहाज समान प्रायिकता के साथ गंभीर विक्षोभ, मध्यम विक्षोभ या हल्के विक्षोभ का अनुभव करता है । इसके अलावा, गंभीर विक्षोभ, मध्यम विक्षोभ और हल्के विक्षोभ के कारण हवाई जहाज के गंतव्य पर देर से पहुँचने की प्रायिकता क्रमशः 55%, 37% और 17% है ।



〰

35. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and use it to solve the following system of equations :

$x - 2y = 10,\ 2x - y - z = 8,\ -2y + z = 7$

OR

(b) If $A = \begin{bmatrix} -1 & a & 2 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -8 & 7 & -5 \\ b & y & 3 \end{bmatrix}$,

find the value of $(a + x) - (b + y)$.

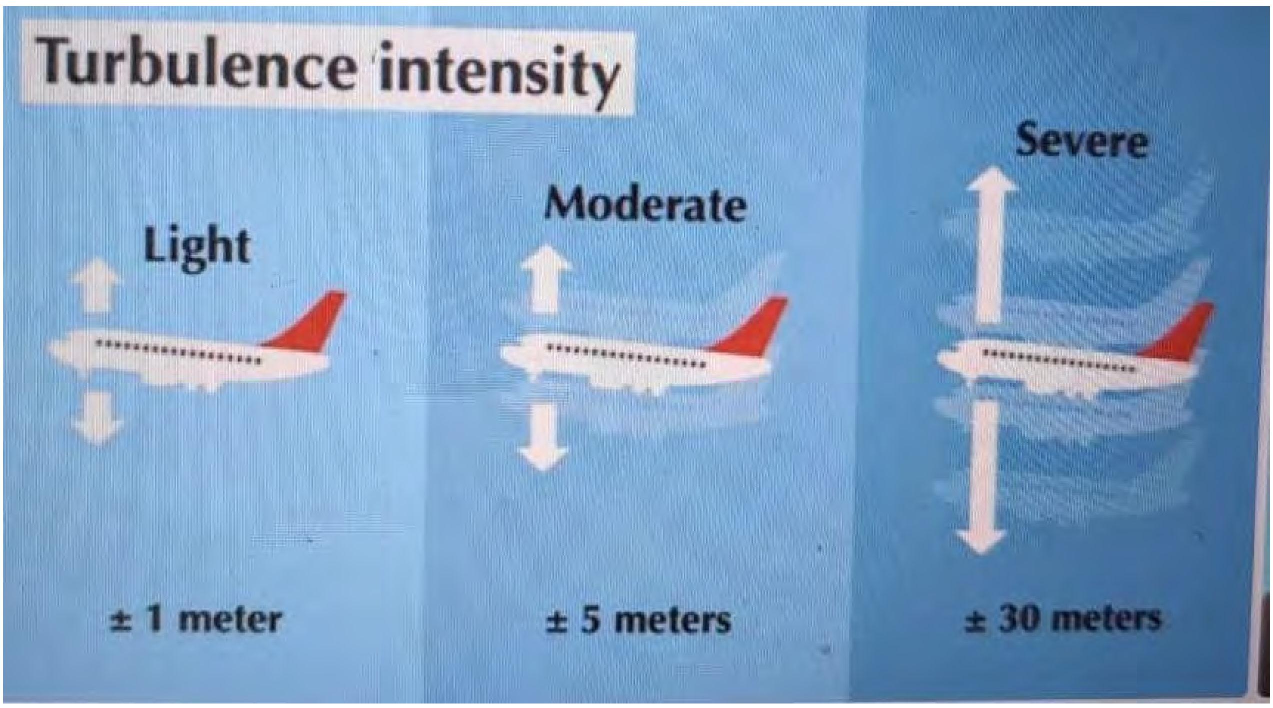
SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. According to recent research, air turbulence has increased in various regions around the world due to climate change. Turbulence makes flights bumpy and often delays the flights.

Assume that, an airplane observes severe turbulence, moderate turbulence or light turbulence with equal probabilities. Further, the chance of an airplane reaching late to the destination are 55%, 37% and 17% due to severe, moderate and light turbulence respectively.



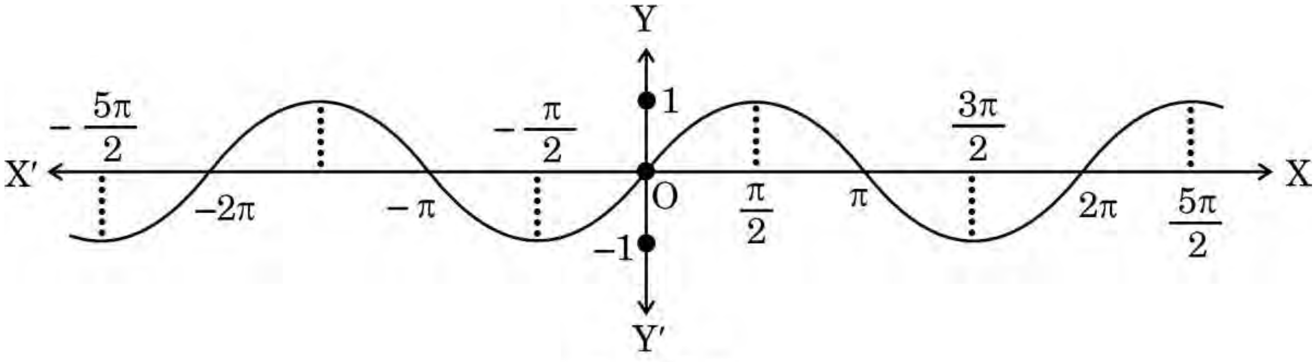
उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) हवाई जहाज के गंतव्य पर देर से पहुँचने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । *2*

(ii) यदि हवाई जहाज अपने गंतव्य पर देर से पहुँचता है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि ऐसा मध्यम विक्षोभ के कारण हुआ है । *2*

प्रकरण अध्ययन – 2

37. यदि फलन $f : X \to Y$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = y$ एकैकी तथा आच्छादक हो, तो हम एक अद्वितीय फलन $g : Y \to X$ इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं कि $g(y) = x$, जहाँ $x \in X$ तथा $y = f(x), y \in Y$ है । फलन g को फलन f का प्रतिलोम कहा जाता है ।
sine फलन का प्रांत R और फलन sine : $R \to R$ न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है । निम्न आकृति में sine फलन का आलेख दिखाया गया है ।



$y = \sin x$

मान लीजिए sine फलन समुच्चय A से [– 1, 1] इस प्रकार परिभाषित है कि sine फलन के प्रतिलोम का अस्तित्व है, यानि $\sin^{-1} x : [-1, 1] \to A$ पर परिभाषित है ।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यदि A मुख्य मान शाखा के अलावा अन्य अंतराल है, तो ऐसे एक अंतराल का उदाहरण दीजिए । *1*

(ii) यदि $\sin^{-1}(x)$ को [– 1, 1] से इसकी मुख्य मान शाखा में परिभाषित किया गया हो, तो $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) - \sin^{-1}(1)$ का मान ज्ञात कीजिए । *1*

(iii) (क) [– 1, 1] से मुख्य मान शाखा तक के लिए $\sin^{-1} x$ का आलेख बनाइए । *2*

अथवा

(iii) (ख) $f(x) = 2\sin^{-1}(1 - x)$ का प्रांत और परिसर ज्ञात कीजिए । *2*

On the basis of the above information, answer the following questions :

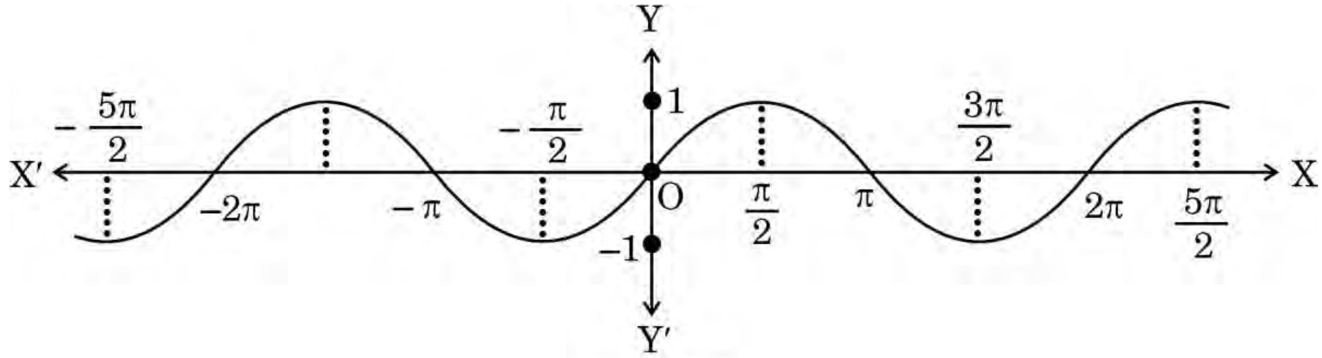
(i) Find the probability that an airplane reached its destination late. *2*

(ii) If the airplane reached its destination late, find the probability that it was due to moderate turbulence. *2*

Case Study – 2

37. If a function $f : X \to Y$ defined as $f(x) = y$ is one-one and onto, then we can define a unique function $g : Y \to X$ such that $g(y) = x$, where $x \in X$ and $y = f(x)$, $y \in Y$. Function g is called the inverse of function f.

The domain of sine function is R and function sine : $R \to R$ is neither one-one nor onto. The following graph shows the sine function.



y = sin x

Let sine function be defined from set A to [– 1, 1] such that inverse of sine function exists, i.e., $\sin^{-1} x$ is defined from [– 1, 1] to A.

On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) If A is the interval other than principal value branch, give an example of one such interval. *1*

(ii) If $\sin^{-1}(x)$ is defined from [– 1, 1] to its principal value branch, find the value of $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) - \sin^{-1}(1)$. *1*

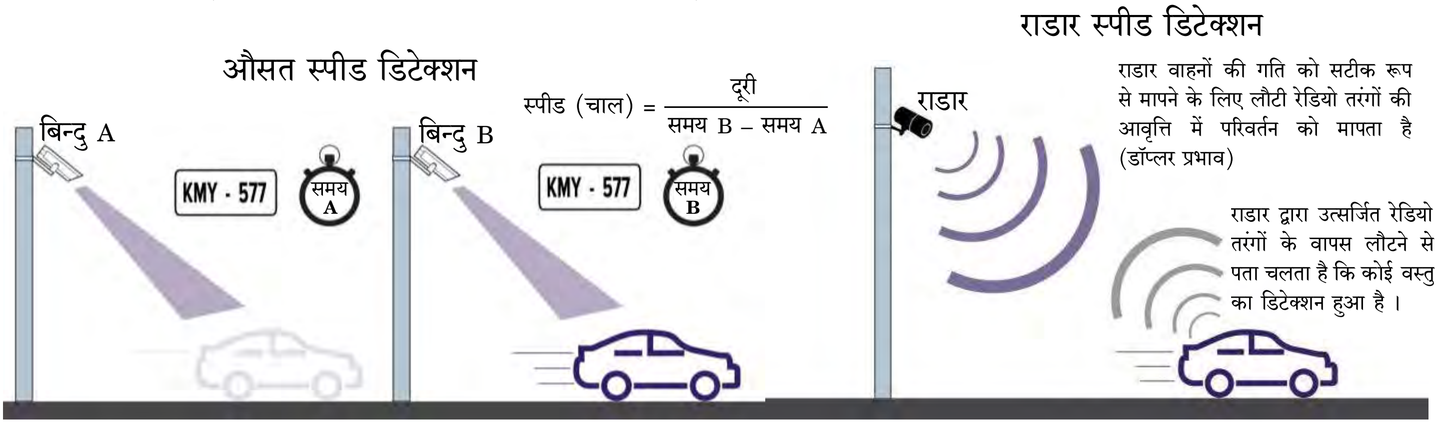
(iii) (a) Draw the graph of $\sin^{-1} x$ from [– 1, 1] to its principal value branch. *2*

OR

(iii) (b) Find the domain and range of $f(x) = 2\sin^{-1}(1 - x)$. *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. ट्रैफिक पुलिस ने शहर में विभिन्न स्थानों पर ओवर स्पीड उल्लंघन डिटेक्शन (OSVD) प्रणाली स्थापित की है । ये कैमरे 300 मीटर की दूरी से तेज गति से चलने वाले वाहन की फोटो ले सकते हैं और अँधेरे में भी काम कर सकते हैं ।



एक खंभे पर 5 मीटर की उँचाई पर एक कैमरा स्थापित किया गया है । यह 20 मीटर / सेकंड की गति से खंभे से दूर जा रही एक कार का पता लगाता है । खंभे के पाद से x मीटर दूरी पर किसी भी बिंदु पर, कार C से स्पीड कैमरे का उन्नयन कोण θ है ।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) खंभे पर स्थापित किए गए कैमरे की ऊँचाई और x के रूप में θ को व्यक्त कीजिए । *1*

(ii) $\frac{d\theta}{dx}$ ज्ञात कीजिए । *1*

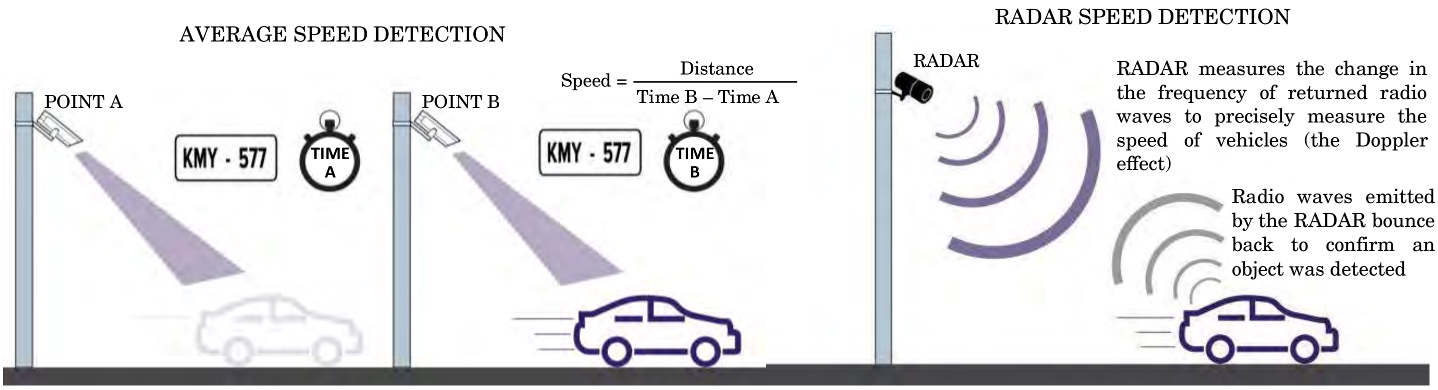
(iii) (क) जब कार खंभे से 50 मीटर दूर हो, तो उस क्षण पर समय के सापेक्ष उन्नयन कोण में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(iii) (ख) यदि खंभे के पाद से 50 मीटर की दूरी पर दूसरी कार के समय के सापेक्ष उन्नयन कोण में परिवर्तन की दर $\frac{3}{101}$ रेडियन/सेकंड है, तो कार की गति ज्ञात कीजिए । *2*

Case Study – 3

38. The traffic police has installed Over Speed Violation Detection (OSVD) system at various locations in a city. These cameras can capture a speeding vehicle from a distance of 300 m and even function in the dark.



A camera is installed on a pole at the height of 5 m. It detects a car travelling away from the pole at the speed of 20 m/s. At any point, x m away from the base of the pole, the angle of elevation of the speed camera from the car C is θ.

On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Express θ in terms of height of the camera installed on the pole and x. *1*

(ii) Find $\frac{d\theta}{dx}$. *1*

(iii) (a) Find the rate of change of angle of elevation with respect to time at an instant when the car is 50 m away from the pole. *2*

OR

(iii) (b) If the rate of change of angle of elevation with respect to time of another car at a distance of 50 m from the base of the pole is $\frac{3}{101}$ rad/s, then find the speed of the car. *2*

~~~

Series PQ1RS/1

Set – 3

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/3**

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
- ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
- *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
- *Please check that this question paper contains **23** printed pages.*
- *Please check that this question paper contains **38** questions.*
- *Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.*
- ***Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.***
- *15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.*

गणित
MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*
~~~

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) ***खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) ***खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) ***खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) ***खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. यदि $x = at, \; y = \frac{a}{t}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है :

(A) t^2

(B) $-t^2$

(C) $\frac{1}{t^2}$

(D) $-\frac{1}{t^2}$

2. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\log y}$ का हल है :

(A) $\log y = x + c$

(B) $y \log y - y = x + c$

(C) $\log y - y = x + c$

(D) $y \log y + y = x + c$

3. सदिश, जिसका अंतिम बिंदु A (2, – 3, 5) तथा प्रारंभिक बिंदु B (3, – 4, 7) है, है :

(A) $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$

(B) $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

(C) $-\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$

(D) $-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. If $x = at$, $y = \frac{a}{t}$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

(A) t^2 (B) $-t^2$

(C) $\frac{1}{t^2}$ (D) $-\frac{1}{t^2}$

2. The solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\log y}$ is :

(A) $\log y = x + c$ (B) $y \log y - y = x + c$

(C) $\log y - y = x + c$ (D) $y \log y + y = x + c$

3. The vector with terminal point A (2, – 3, 5) and initial point B (3, – 4, 7) is :

(A) $\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ (B) $\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$

(C) $-\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ (D) $-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

4. y-अक्ष से बिंदु P(a, b, c) की दूरी है :

(A) b (B) b^2

(C) $\sqrt{a^2 + c^2}$ (D) $a^2 + c^2$

5. व्यवरोधों $x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 4$ से निर्धारित सुसंगत क्षेत्र के कोनीय बिंदुओं की संख्या है :

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3

6. यदि आव्यूह A और B की कोटियाँ क्रमश: 1×3 और 3×1 हों, तो आव्यूह $A'B'$ की कोटि है :

(A) 1×1 (B) 3×1

(C) 1×3 (D) 3×3

7. एक संबंध R को मनुष्यों के समुच्चय के रूप में परिभाषित किया गया है :

R = {(x, y) : x, y से 5 cm छोटा है}

यह संबंध :

(A) केवल स्वतुल्य है

(B) स्वतुल्य और संक्रामक है

(C) सममित और संक्रामक है

(D) न तो संक्रामक, न ही सममित, न ही स्वतुल्य है

8. यदि एक आव्यूह के 36 अवयव हैं, तो इसकी संभव कोटियों की संख्या है :

(A) 13 (B) 3

(C) 5 (D) 9

9. फलन $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x \neq 0 \\ 1 \quad , & x = 0 \end{cases}$ के लिए, निम्न कथनों में से कौन-सा सही है ?

(A) f(x) संतत और अवकलनीय है, सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए

(B) f(x) संतत है, सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए

(C) f(x) संतत और अवकलनीय है, सभी $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ के लिए

(D) f(x) अनंत बिंदुओं पर असंतत है

4. The distance of point P(a, b, c) from y-axis is :

(A) b (B) b^2

(C) $\sqrt{a^2 + c^2}$ (D) $a^2 + c^2$

5. The number of corner points of the feasible region determined by constraints $x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 4$ is :

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) 3

6. If matrices A and B are of order 1×3 and 3×1 respectively, then the order of $A'B'$ is :

(A) 1×1 (B) 3×1

(C) 1×3 (D) 3×3

7. A relation R defined on a set of human beings as

$R = \{(x, y) : x \text{ is 5 cm shorter than } y\}$

is :

(A) reflexive only

(B) reflexive and transitive

(C) symmetric and transitive

(D) neither transitive, nor symmetric, nor reflexive

8. If a matrix has 36 elements, the number of possible orders it can have, is :

(A) 13 (B) 3

(C) 5 (D) 9

9. Which of the following statements is true for the function $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$?

(A) f(x) is continuous and differentiable $\forall x \in \mathbb{R}$

(B) f(x) is continuous $\forall x \in \mathbb{R}$

(C) f(x) is continuous and differentiable $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

(D) f(x) is discontinuous at infinitely many points

10. माना f(x) अन्तराल [a, b] में एक संतत फलन है और अन्तराल (a, b) में अवकलनीय है । तो यह फलन f(x) अन्तराल (a, b) में निरंतर वर्धमान होगा, यदि :

(A) $f'(x) < 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

(B) $f'(x) > 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

(C) $f'(x) = 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

(D) $f(x) > 0$, सभी $x \in (a, b)$ के लिए

11. यदि $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$ है, तो $\left(\frac{24}{x} + \frac{24}{y}\right)$ का मान होगा :

(A) 7 (B) 6

(C) 8 (D) 18

12. यदि f(x) एक विषम फलन है, तो $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(x)\cos^3 x\, dx$ बराबर है :

(A) $2\int_0^{\pi/2} f(x)\cos^3 x\, dx$ (B) 0

(C) $2\int_0^{\pi/2} f(x)\, dx$ (D) $2\int_0^{\pi/2} \cos^3 x\, dx$

13. माना दो मात्रक सदिशों $\hat{a}$ और $\hat{b}$ के बीच का कोण θ इस प्रकार है कि $\sin\theta = \frac{3}{5}$ है । तो $\hat{a} \cdot \hat{b}$ बराबर है :

(A) $\pm\frac{3}{5}$ (B) $\pm\frac{3}{4}$

(C) $\pm\frac{4}{5}$ (D) $\pm\frac{4}{3}$

14. अवकल समीकरण $(1 - x^2)\frac{dy}{dx} + xy = ax$, $-1 < x < 1$, का समाकलन गुणक है :

(A) $\frac{1}{x^2 - 1}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(C) $\frac{1}{1 - x^2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

10. Let f(x) be a continuous function on [a, b] and differentiable on (a, b). Then, this function f(x) is strictly increasing in (a, b) if

(A) $f'(x) < 0, \forall x \in (a, b)$

(B) $f'(x) > 0, \forall x \in (a, b)$

(C) $f'(x) = 0, \forall x \in (a, b)$

(D) $f(x) > 0, \forall x \in (a, b)$

11. If $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5 & xy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$, then the value of $\left(\frac{24}{x} + \frac{24}{y}\right)$ is :

(A) 7 (B) 6

(C) 8 (D) 18

12. If f(x) is an odd function, then $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(x) \cos^3 x \, dx$ equals :

(A) $2\int_0^{\pi/2} f(x) \cos^3 x \, dx$ (B) 0

(C) $2\int_0^{\pi/2} f(x) \, dx$ (D) $2\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \, dx$

13. Let θ be the angle between two unit vectors $\hat{a}$ and $\hat{b}$ such that $\sin \theta = \frac{3}{5}$. Then, $\hat{a} \cdot \hat{b}$ is equal to :

(A) $\pm \frac{3}{5}$ (B) $\pm \frac{3}{4}$

(C) $\pm \frac{4}{5}$ (D) $\pm \frac{4}{3}$

14. The integrating factor of the differential equation $(1 - x^2) \frac{dy}{dx} + xy = ax$, $-1 < x < 1$, is :

(A) $\frac{1}{x^2 - 1}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

(C) $\frac{1}{1 - x^2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$

15. यदि किसी एक रेखा के दिक्-कोसाइन $\sqrt{3}\,k$, $\sqrt{3}\,k$, $\sqrt{3}\,k$ हैं, तो k का मान है :

(A) ± 1 (B) $\pm \sqrt{3}$

(C) ± 3 (D) $\pm \frac{1}{3}$

16. एक रैखिक प्रोग्रामन इष्टतमकारी समस्या संबंधित होती है :

(A) लघुगणकीय फलन से (B) रैखिक फलन से

(C) द्विघातीय फलन से (D) चरघातांकीय फलन से

17. यदि $P(A|B) = P(A'|B)$ है, तो निम्न में से कौन-सा कथन सही है ?

(A) $P(A) = P(A')$ (B) $P(A) = 2\,P(B)$

(C) $P(A \cap B) = \frac{1}{2}\,P(B)$ (D) $P(A \cap B) = 2\,P(B)$

18. $\begin{vmatrix} x+1 & x-1 \\ x^2+x+1 & x^2-x+1 \end{vmatrix}$ बराबर है :

(A) $2x^3$ (B) 2

(C) 0 (D) $2x^3 - 2$

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए ।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है ।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है ।

15. If the direction cosines of a line are $\sqrt{3}\,k$, $\sqrt{3}\,k$, $\sqrt{3}\,k$, then the value of k is :

(A) ± 1 (B) $\pm \sqrt{3}$

(C) ± 3 (D) $\pm \frac{1}{3}$

16. A linear programming problem deals with the optimization of a/an :

(A) logarithmic function (B) linear function

(C) quadratic function (D) exponential function

17. If $P(A|B) = P(A'|B)$, then which of the following statements is true ?

(A) $P(A) = P(A')$ (B) $P(A) = 2\,P(B)$

(C) $P(A \cap B) = \frac{1}{2}\,P(B)$ (D) $P(A \cap B) = 2\,P(B)$

18. $\begin{vmatrix} x+1 & x-1 \\ x^2+x+1 & x^2-x+1 \end{vmatrix}$ is equal to :

(A) $2x^3$ (B) 2

(C) 0 (D) $2x^3 - 2$

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. *अभिकथन (A) :* आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & \cos\theta & 1 \\ -\cos\theta & 1 & \cos\theta \\ -1 & -\cos\theta & 1 \end{bmatrix}$, जहाँ $\theta \in [0, 2\pi]$ के लिए, $|A| \in [2, 4]$.

तर्क (R) : $\cos\theta \in [-1, 1], \forall\, \theta \in [0, 2\pi]$.

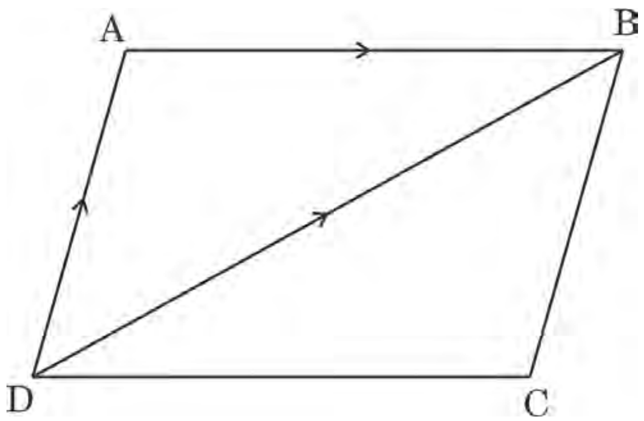
20. *अभिकथन (A) :* अंतरिक्ष में एक रेखा कभी भी एक साथ x, y और z अक्षों के लंबवत नहीं हो सकती है ।

तर्क (R) : किसी रेखा द्वारा x, y और z अक्षों की धनात्मक दिशाओं के साथ क्रमशः α, β और γ के कोण बनाने पर $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ है ।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. दी गई आकृति में, ABCD एक समांतर चतुर्भुज है । यदि $\overrightarrow{AB} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $\overrightarrow{DB} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$ हैं, तो $\overrightarrow{AD}$ ज्ञात कीजिए और इसके प्रयोग से समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।



19. *Assertion (A) :* For matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & \cos\theta & 1 \\ -\cos\theta & 1 & \cos\theta \\ -1 & -\cos\theta & 1 \end{bmatrix}$, where $\theta \in [0, 2\pi]$, $|A| \in [2, 4]$.

Reason (R) : $\cos\theta \in [-1, 1], \forall\, \theta \in [0, 2\pi]$.

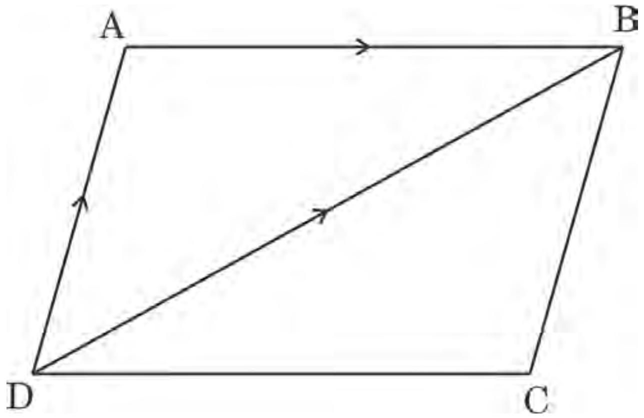
20. *Assertion (A) :* A line in space cannot be drawn perpendicular to x, y and z axes simultaneously.

Reason (R) : For any line making angles, α, β, γ with the positive directions of x, y and z axes respectively, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. In the given figure, ABCD is a parallelogram. If $\vec{AB} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\vec{DB} = 3\hat{i} - 6\hat{j} + 2\hat{k}$, then find $\vec{AD}$ and hence find the area of parallelogram ABCD.



22. (क) फलन $f(x) = [x]$, जहाँ $[\cdot]$ सबसे बड़े पूर्णांक फलन को दर्शाता है, की $x = -3$ पर अवकलनीयता की जाँच कीजिए ।

अथवा

(ख) यदि $x^{1/3} + y^{1/3} = 1$ है, तो बिंदु $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right)$ पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

23. फलन $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$ के लिए स्थानीय उच्चतम मान और स्थानीय निम्नतम मान (यदि कोई हो) ज्ञात कीजिए ।

24. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int x\sqrt{1+2x}\ dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\ dx$$

25. यदि दो शून्येतर सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ इस प्रकार हैं कि $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$ और $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, तो सिद्ध कीजिए कि $|\vec{b}| = \sqrt{2}\ |\vec{a}|$.

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।

26. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल कीजिए :
निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$$x + 2y \leq 120$$
$$x + y \geq 60$$
$$x - 2y \geq 0$$
$$x, y \geq 0$$

$z = 5x - 2y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए ।

22. (a) Check the differentiability of function $f(x) = [x]$ at $x = -3$, where $[\cdot]$ denotes greatest integer function.

OR

(b) If $x^{1/3} + y^{1/3} = 1$, find $\frac{dy}{dx}$ at the point $\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right)$.

23. Find local maximum value and local minimum value (whichever exists) for the function $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$.

24. (a) Find :

$$\int x \sqrt{1 + 2x}\ dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\ dx$$

25. If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two non-zero vectors such that $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{a}$ and $(2\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, then prove that $|\vec{b}| = \sqrt{2}\ |\vec{a}|$.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Solve the following linear programming problem graphically :

Minimise $z = 5x - 2y$

subject to the constraints

$$x + 2y \leq 120$$
$$x + y \geq 60$$
$$x - 2y \geq 0$$
$$x, y \geq 0$$

27. E और F दो स्वतंत्र घटनाएँ ऐसी हैं जिनके लिए $P(\overline{E}) = 0{\cdot}6$ तथा $P(E \cup F) = 0{\cdot}6$ है । $P(F)$ और $P(\overline{E} \cup \overline{F})$ ज्ञात कीजिए ।

28. (क) समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ में एक संबंध $R = \{(x, y) : |x^2 - y^2| < 8\}$ द्वारा परिभाषित है । जाँच कीजिए कि क्या यह संबंध R स्वतुल्य, सममित और संक्रामक है ।

अथवा

(ख) फलन $f : R \to R$, $f(x) = ax + b$ द्वारा इस प्रकार परिभाषित है कि $f(1) = 1$ और $f(2) = 3$. फलन $f(x)$ ज्ञात कीजिए । अतः, जाँच कीजिए कि क्या फलन $f(x)$ एकैकी और आच्छादक है या नहीं ।

29. (क) यदि $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a(x-y)$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$.

अथवा

(ख) यदि $y = (\tan x)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

30. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2}{(x^2+4)(x^2+9)}\, dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^3 (|x-1|+|x-2|+|x-3|)\, dx$$

31. निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(\tan^{-1} y - x)\, dy = (1 + y^2)\, dx$$

27. E and F are two independent events such that $P(\bar{E}) = 0{\cdot}6$ and $P(E \cup F) = 0{\cdot}6$. Find P(F) and $P(\bar{E} \cup \bar{F})$.

28. (a) A relation R on set A = {1, 2, 3, 4, 5} is defined as $R = \{(x, y) : |x^2 - y^2| < 8\}$. Check whether the relation R is reflexive, symmetric and transitive.

OR

(b) A function f is defined from $R \to R$ as f(x) = ax + b, such that f(1) = 1 and f(2) = 3. Find function f(x). Hence, check whether function f(x) is one-one and onto or not.

29. (a) If $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-y^2} = a\,(x-y)$, prove that $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$.

OR

(b) If $y = (\tan x)^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

30. (a) Find :

$$\int \frac{x^2}{(x^2+4)(x^2+9)}\, dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_1^3 (|x-1|+|x-2|+|x-3|)\, dx$$

31. Solve the following differential equation :

$$(\tan^{-1} y - x)\, dy = (1 + y^2)\, dx$$

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. रेखा l_2 का समीकरण ज्ञात कीजिए जो रेखा $l : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ के संबंध में रेखा l_1 की दर्पण छवि है, यह दिया गया है कि रेखा l_1 बिंदु P(1, 6, 3) से होकर गुज़रती है और रेखा l के समांतर है ।

33. (क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए और इसके प्रयोग से, निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$x - 2y = 10,\ 2x - y - z = 8,\ -2y + z = 7$

अथवा

(ख) यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & a & 2 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -8 & 7 & -5 \\ b & y & 3 \end{bmatrix}$ है,

तो $(a + x) - (b + y)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

34. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{(3\cos x - 2)\sin x}{5 - \sin^2 x - 4\cos x}\, dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-2}^{2} \frac{x^3 + |x| + 1}{x^2 + 4|x| + 4}\, dx$$

35. समाकलन विधि के प्रयोग से, दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ के उस क्षेत्र का, जो रेखाओं $x = -2$ और $x = 2$ के बीच है, क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

SECTION D

This section comprises long answer type questions (LA) of 5 marks each.

32. Find the equation of a line l_2 which is the mirror image of the line l_1 with respect to line $l : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$, given that line l_1 passes through the point P(1, 6, 3) and parallel to line l.

33. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and use it to solve the following system of equations :

$x - 2y = 10,\ 2x - y - z = 8,\ -2y + z = 7$

OR

(b) If $A = \begin{bmatrix} -1 & a & 2 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -8 & 7 & -5 \\ b & y & 3 \end{bmatrix}$,

find the value of $(a + x) - (b + y)$.

34. (a) Find :

$$\int \frac{(3 \cos x - 2) \sin x}{5 - \sin^2 x - 4 \cos x} dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_{-2}^{2} \frac{x^3 + |x| + 1}{x^2 + 4|x| + 4} dx$$

35. Using integration, find the area of the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$, included between the lines $x = -2$ and $x = 2$.

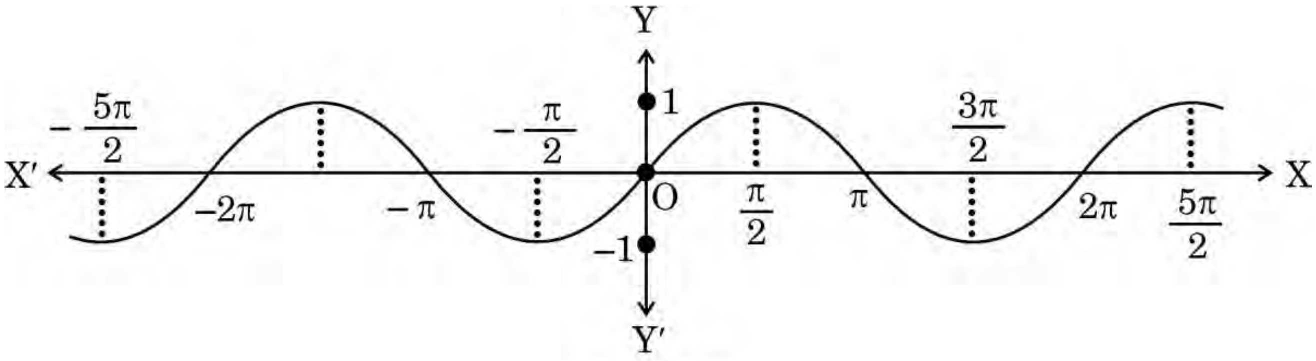
खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. यदि फलन $f : X \rightarrow Y$ इस प्रकार परिभाषित है कि $f(x) = y$ एकैकी तथा आच्छादक हो, तो हम एक अद्वितीय फलन $g : Y \rightarrow X$ इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं कि $g(y) = x$, जहाँ $x \in X$ तथा $y = f(x)$, $y \in Y$ है । फलन g को फलन f का प्रतिलोम कहा जाता है ।

sine फलन का प्रांत R और फलन sine : $R \rightarrow R$ न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है । निम्न आकृति में sine फलन का आलेख दिखाया गया है ।



y = sin x

मान लीजिए sine फलन समुच्चय A से [– 1, 1] इस प्रकार परिभाषित है कि sine फलन के प्रतिलोम का अस्तित्व है, यानि $\sin^{-1} x : [-1, 1] \rightarrow A$ पर परिभाषित है ।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यदि A मुख्य मान शाखा के अलावा अन्य अंतराल है, तो ऐसे एक अंतराल का उदाहरण दीजिए । *1*

(ii) यदि $\sin^{-1}(x)$ को [– 1, 1] से इसकी मुख्य मान शाखा में परिभाषित किया गया हो, तो $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) - \sin^{-1}(1)$ का मान ज्ञात कीजिए । *1*

(iii) (क) [– 1, 1] से मुख्य मान शाखा तक के लिए $\sin^{-1} x$ का आलेख बनाइए । *2*

अथवा

(iii) (ख) $f(x) = 2 \sin^{-1}(1 - x)$ का प्रांत और परिसर ज्ञात कीजिए । *2*

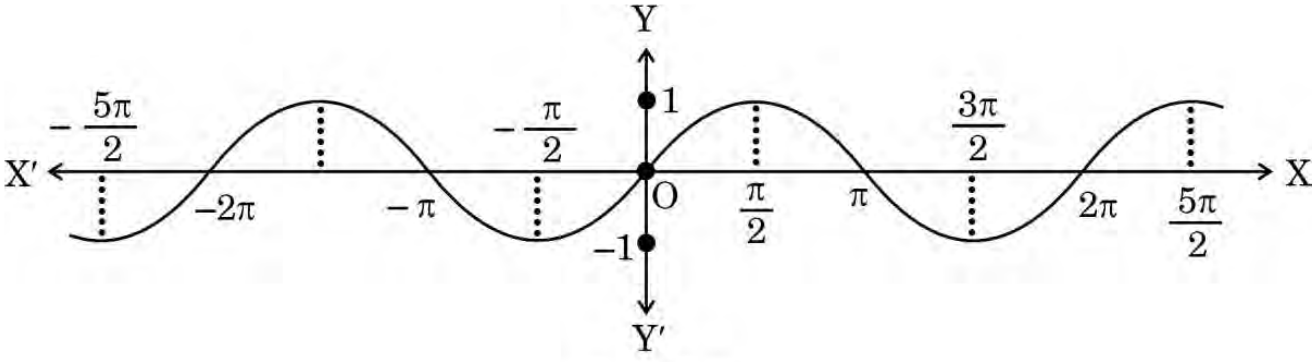
SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. If a function $f : X \to Y$ defined as $f(x) = y$ is one-one and onto, then we can define a unique function $g : Y \to X$ such that $g(y) = x$, where $x \in X$ and $y = f(x)$, $y \in Y$. Function g is called the inverse of function f.

The domain of sine function is R and function sine : $R \to R$ is neither one-one nor onto. The following graph shows the sine function.



y = sin x

Let sine function be defined from set A to [– 1, 1] such that inverse of sine function exists, i.e., $\sin^{-1} x$ is defined from [– 1, 1] to A.

On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) If A is the interval other than principal value branch, give an example of one such interval. *1*

(ii) If $\sin^{-1}(x)$ is defined from [– 1, 1] to its principal value branch, find the value of $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) - \sin^{-1}(1)$. *1*

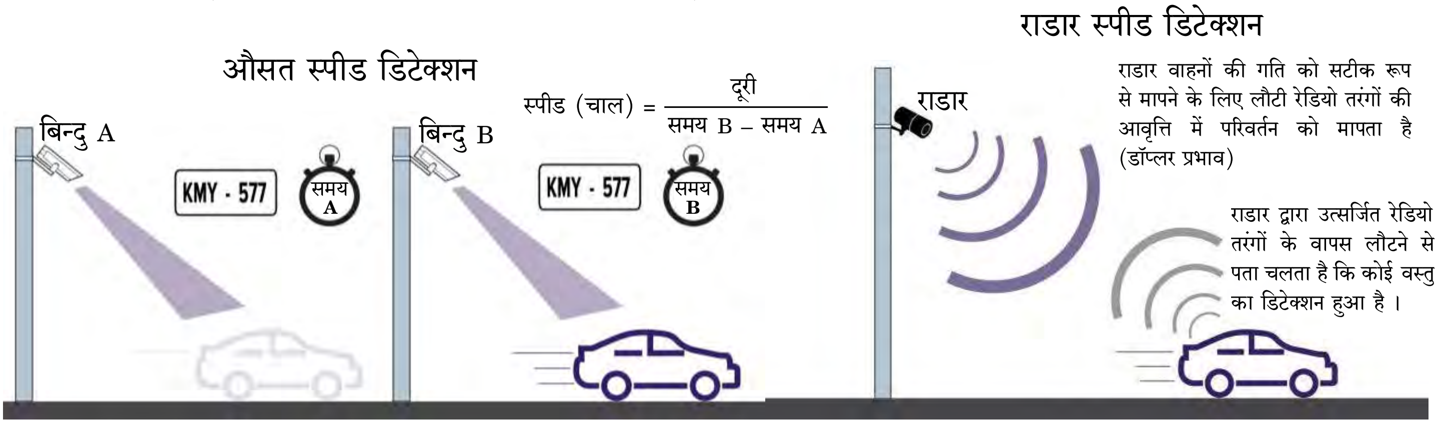
(iii) (a) Draw the graph of $\sin^{-1} x$ from [– 1, 1] to its principal value branch. *2*

OR

(iii) (b) Find the domain and range of $f(x) = 2\sin^{-1}(1 - x)$. *2*

प्रकरण अध्ययन – 2

37. ट्रैफिक पुलिस ने शहर में विभिन्न स्थानों पर ओवर स्पीड उल्लंघन डिटेक्शन (OSVD) प्रणाली स्थापित की है । ये कैमरे 300 मीटर की दूरी से तेज गति से चलने वाले वाहन की फोटो ले सकते हैं और अँधेरे में भी काम कर सकते हैं ।



एक खंभे पर 5 मीटर की उँचाई पर एक कैमरा स्थापित किया गया है । यह 20 मीटर / सेकंड की गति से खंभे से दूर जा रही एक कार का पता लगाता है । खंभे के पाद से x मीटर दूरी पर किसी भी बिंदु पर, कार C से स्पीड कैमरे का उन्नयन कोण θ है ।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) खंभे पर स्थापित किए गए कैमरे की ऊँचाई और x के रूप में θ को व्यक्त कीजिए । *1*

(ii) $\frac{d\theta}{dx}$ ज्ञात कीजिए । *1*

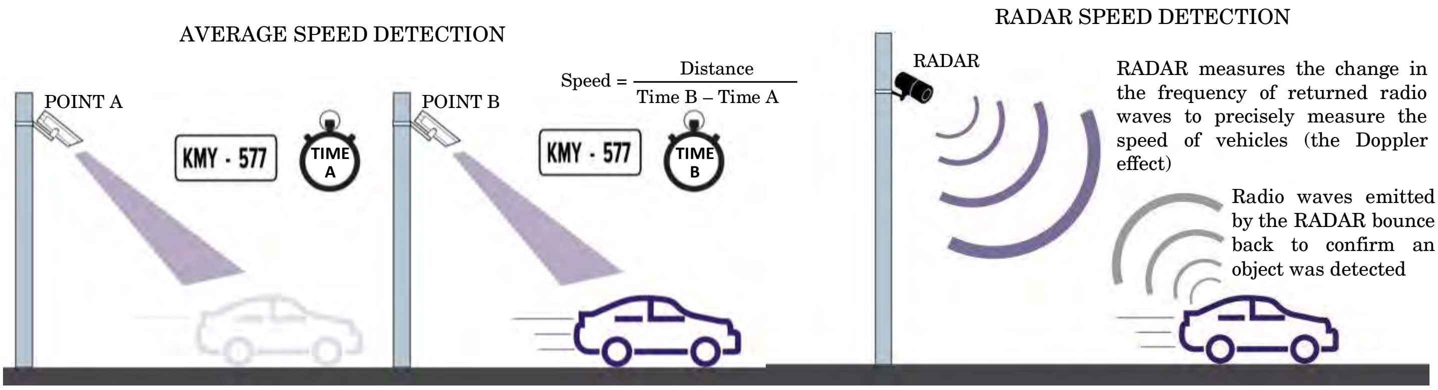
(iii) (क) जब कार खंभे से 50 मीटर दूर हो, तो उस क्षण पर समय के सापेक्ष उन्नयन कोण में परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(iii) (ख) यदि खंभे के पाद से 50 मीटर की दूरी पर दूसरी कार के समय के सापेक्ष उन्नयन कोण में परिवर्तन की दर $\frac{3}{101}$ रेडियन/सेकंड है, तो कार की गति ज्ञात कीजिए । *2*

Case Study – 2

37. The traffic police has installed Over Speed Violation Detection (OSVD) system at various locations in a city. These cameras can capture a speeding vehicle from a distance of 300 m and even function in the dark.



A camera is installed on a pole at the height of 5 m. It detects a car travelling away from the pole at the speed of 20 m/s. At any point, x m away from the base of the pole, the angle of elevation of the speed camera from the car C is θ.

On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Express θ in terms of height of the camera installed on the pole and x. *1*

(ii) Find $\frac{d\theta}{dx}$. *1*

(iii) (a) Find the rate of change of angle of elevation with respect to time at an instant when the car is 50 m away from the pole. *2*

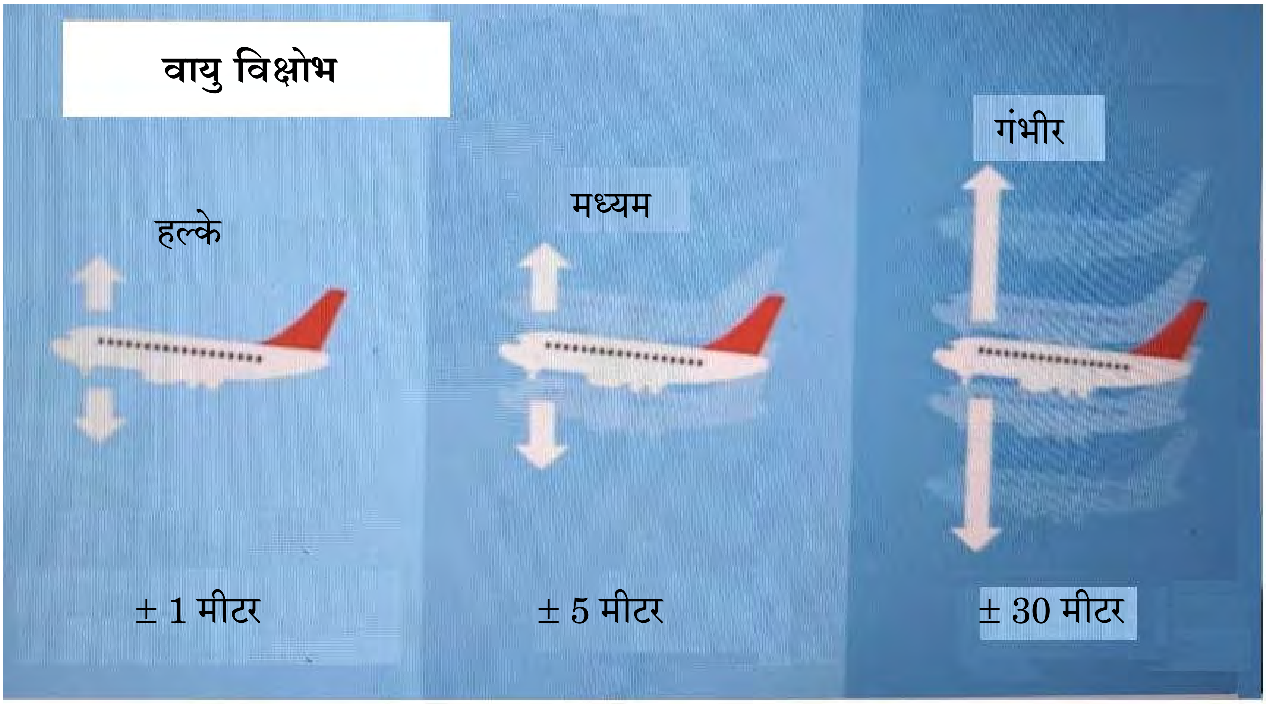
OR

(iii) (b) If the rate of change of angle of elevation with respect to time of another car at a distance of 50 m from the base of the pole is $\frac{3}{101}$ rad/s, then find the speed of the car. *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. हाल के शोध के अनुसार, जलवायु परिवर्तन के कारण दुनिया भर के विभिन्न क्षेत्रों में वायु विक्षोभ बढ़ता है । वायु विक्षोभ उड़ान को मुश्किल बना देता है और अक्सर उड़ान में देरी करता है ।

मान लीजिए कि एक हवाई जहाज समान प्रायिकता के साथ गंभीर विक्षोभ, मध्यम विक्षोभ या हल्के विक्षोभ का अनुभव करता है । इसके अलावा, गंभीर विक्षोभ, मध्यम विक्षोभ और हल्के विक्षोभ के कारण हवाई जहाज के गंतव्य पर देर से पहुँचने की प्रायिकता क्रमशः 55%, 37% और 17% है ।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

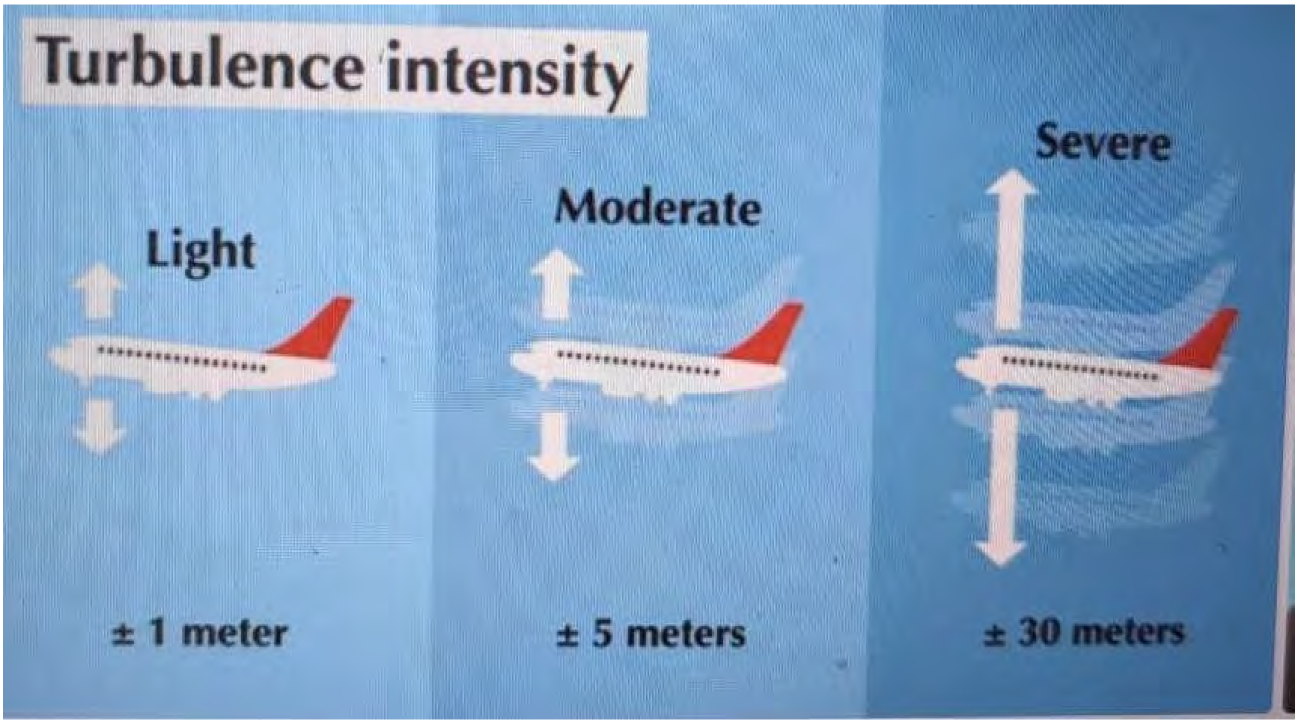
(i) हवाई जहाज के गंतव्य पर देर से पहुँचने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । *2*

(ii) यदि हवाई जहाज अपने गंतव्य पर देर से पहुँचता है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि ऐसा मध्यम विक्षोभ के कारण हुआ है । *2*

Case Study – 3

38. According to recent research, air turbulence has increased in various regions around the world due to climate change. Turbulence makes flights bumpy and often delays the flights.

Assume that, an airplane observes severe turbulence, moderate turbulence or light turbulence with equal probabilities. Further, the chance of an airplane reaching late to the destination are 55%, 37% and 17% due to severe, moderate and light turbulence respectively.



On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Find the probability that an airplane reached its destination late. *2*

(ii) If the airplane reached its destination late, find the probability that it was due to moderate turbulence. *2*

Series EF1GH/1

SET~1

प्रश्न–पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/1**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित
MATHEMATICS

*

निर्धारित समय : 3 घण्टे — *अधिकतम अंक : 80*
Time allowed : 3 hours — *Maximum Marks : 80*

नोट / NOTE :

(i) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 23 हैं ।*
*Please check that this question paper contains **23** printed pages.*

(ii) *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(iii) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं ।*
*Please check that this question paper contains **38** questions.*

(iv) ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.

(v) *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) ***खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **एक-एक** अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **दो-दो** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) ***खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **तीन-तीन** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) ***खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **पाँच-पाँच** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) ***खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **चार-चार** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. यदि किसी वर्ग आव्यूह A के लिए $A^2 - 3A + I = O$ है तथा $A^{-1} = xA + yI$ है, तो $x + y$ का मान है :

(a) -2 (b) 2

(c) 3 (d) -3

2. यदि एक 2×2 आव्यूह A के लिए $|A| = 2$ है, तो $|4A^{-1}|$ बराबर है :

(a) 4 (b) 2

(c) 8 (d) $\frac{1}{32}$

3. माना A एक ऐसा 3×3 आव्यूह है कि $|\text{adj } A| = 64$ है । तो $|A|$ बराबर है :

(a) केवल 8 (b) केवल -8

(c) 64 (d) 8 अथवा -8

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. If for a square matrix A, $A^2 - 3A + I = O$ and $A^{-1} = xA + yI$, then the value of $x + y$ is :

(a) -2 (b) 2

(c) 3 (d) -3

2. If $|A| = 2$, where A is a 2×2 matrix, then $|4A^{-1}|$ equals :

(a) 4 (b) 2

(c) 8 (d) $\frac{1}{32}$

3. Let A be a 3×3 matrix such that $|\text{adj } A| = 64$. Then $|A|$ is equal to :

(a) 8 only (b) -8 only

(c) 64 (d) 8 or -8

4. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ है तथा 2A + B एक शून्य आव्यूह है, तो B बराबर है :

(a) $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -6 & -8 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$

5. यदि $\frac{d}{dx}(f(x)) = \log x$ है, तो f(x) बराबर है :

(a) $-\frac{1}{x} + C$ (b) $x(\log x - 1) + C$

(c) $x(\log x + x) + C$ (d) $\frac{1}{x} + C$

6. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sec^2(x - \frac{\pi}{6})\, dx$ बराबर है :

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{3}$ (d) $-\sqrt{3}$

7. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = \sin y$ की कोटि तथा घात का योगफल है :

(a) 5 (b) 2

(c) 3 (d) 4

8. p का वह मान जिसके लिए सदिश $2\hat{i} + p\hat{j} + \hat{k}$ तथा $-4\hat{i} - 6\hat{j} + 26\hat{k}$ परस्पर लंबवत हैं, है :

(a) 3 (b) – 3

(c) $-\frac{17}{3}$ (d) $\frac{17}{3}$

4. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ and 2A + B is a null matrix, then B is equal to :

(a) $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -6 & -8 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$

5. If $\frac{d}{dx}(f(x)) = \log x$, then f(x) equals :

(a) $-\frac{1}{x} + C$ (b) $x(\log x - 1) + C$

(c) $x(\log x + x) + C$ (d) $\frac{1}{x} + C$

6. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \sec^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) dx$ is equal to :

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{3}$ (d) $-\sqrt{3}$

7. The sum of the order and the degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = \sin y$ is :

(a) 5 (b) 2

(c) 3 (d) 4

8. The value of p for which the vectors $2\hat{i} + p\hat{j} + \hat{k}$ and $-4\hat{i} - 6\hat{j} + 26\hat{k}$ are perpendicular to each other, is :

(a) 3 (b) -3

(c) $-\frac{17}{3}$ (d) $\frac{17}{3}$

9. $(\hat{i} \times \hat{j}) \cdot \hat{j} + (\hat{j} \times \hat{i}) \cdot \hat{k}$ का मान है :

(a) 2 (b) 0

(c) 1 (d) – 1

10. यदि $\vec{a} + \vec{b} = \hat{i}$ तथा $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ है, तो $|\vec{b}|$ बराबर है :

(a) $\sqrt{14}$ (b) 3

(c) $\sqrt{12}$ (d) $\sqrt{17}$

11. रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{1-y}{3} = \frac{2z-1}{12}$ के दिक्-कोसाइन हैं :

(a) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{157}}, -\frac{3}{\sqrt{157}}, \frac{12}{\sqrt{157}}$

(c) $\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, -\frac{6}{7}$ (d) $\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{6}{7}$

12. यदि $P\left(\frac{A}{B}\right) = 0{\cdot}3$, $P(A) = 0{\cdot}4$ तथा $P(B) = 0{\cdot}8$ है, तो $P\left(\frac{B}{A}\right)$ बराबर है :

(a) 0·6 (b) 0·3

(c) 0·06 (d) 0·4

13. k का वह मान जिसके लिए $f(x) = \begin{cases} 3x+5, & x \geq 2 \\ kx^2, & x < 2 \end{cases}$ एक संतत फलन है, है :

(a) $-\frac{11}{4}$ (b) $\frac{4}{11}$

(c) 11 (d) $\frac{11}{4}$

14. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $(3I + 4A)(3I - 4A) = x^2 I$ है, तो x का/के मान है/हैं :

(a) $\pm\sqrt{7}$ (b) 0

(c) ± 5 (d) 25

9. The value of $(\hat{i} \times \hat{j}) \cdot \hat{j} + (\hat{j} \times \hat{i}) \cdot \hat{k}$ is :

(a) 2 (b) 0

(c) 1 (d) – 1

10. If $\vec{a} + \vec{b} = \hat{i}$ and $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$, then $|\vec{b}|$ equals :

(a) $\sqrt{14}$ (b) 3

(c) $\sqrt{12}$ (d) $\sqrt{17}$

11. Direction cosines of the line $\frac{x-1}{2} = \frac{1-y}{3} = \frac{2z-1}{12}$ are :

(a) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{157}}, -\frac{3}{\sqrt{157}}, \frac{12}{\sqrt{157}}$

(c) $\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, -\frac{6}{7}$ (d) $\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{6}{7}$

12. If $P\left(\frac{A}{B}\right) = 0{\cdot}3$, $P(A) = 0{\cdot}4$ and $P(B) = 0{\cdot}8$, then $P\left(\frac{B}{A}\right)$ is equal to :

(a) 0·6 (b) 0·3

(c) 0·06 (d) 0·4

13. The value of k for which $f(x) = \begin{cases} 3x + 5, & x \geq 2 \\ kx^2, & x < 2 \end{cases}$ is a continuous function, is :

(a) $-\frac{11}{4}$ (b) $\frac{4}{11}$

(c) 11 (d) $\frac{11}{4}$

14. If $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ and $(3I + 4A)(3I - 4A) = x^2I$, then the value(s) x is/are :

(a) $\pm\sqrt{7}$ (b) 0

(c) ± 5 (d) 25

15. अवकल समीकरण $x\,dy - (1 + x^2)\,dx = dx$ का व्यापक हल है :

(a) $y = 2x + \frac{x^3}{3} + C$

(b) $y = 2 \log x + \frac{x^3}{3} + C$

(c) $y = \frac{x^2}{2} + C$

(d) $y = 2 \log x + \frac{x^2}{2} + C$

16. यदि $f(x) = a(x - \cos x)$, $\mathbb{R}$ में निरंतर ह्रासमान है, तो 'a' निम्न में से किस में स्थित है ?

(a) $\{0\}$

(b) $(0, \infty)$

(c) $(-\infty, 0)$

(d) $(-\infty, \infty)$

17. किसी रैखिक प्रोग्रामन समस्या के आलेखीय निरूपण में सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिन्दु (2, 72), (15, 20) तथा (40, 15) हैं । यदि $z = 18x + 9y$ उद्देश्य फलन है, तो :

(a) z, (2, 72) पर अधिकतम तथा (15, 20) पर न्यूनतम है ।

(b) z, (15, 20) पर अधिकतम तथा (40, 15) पर न्यूनतम है ।

(c) z, (40, 15) पर अधिकतम तथा (15, 20) पर न्यूनतम है ।

(d) z, (40, 15) पर अधिकतम तथा (2, 72) पर न्यूनतम है ।

18. व्यवरोधों $x - y \geq 0$, $2y \leq x + 2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ द्वारा बने सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिन्दुओं की संख्या है :

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए ।*

(a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(c) अभिकथन (A) सही है तथा तर्क (R) ग़लत है ।

(d) अभिकथन (A) ग़लत है तथा तर्क (R) सही है ।

15. The general solution of the differential equation $x\,dy - (1 + x^2)\,dx = dx$ is :

(a) $y = 2x + \dfrac{x^3}{3} + C$ (b) $y = 2 \log x + \dfrac{x^3}{3} + C$

(c) $y = \dfrac{x^2}{2} + C$ (d) $y = 2 \log x + \dfrac{x^2}{2} + C$

16. If $f(x) = a(x - \cos x)$ is strictly decreasing in $\mathbb{R}$, then 'a' belongs to

(a) $\{0\}$ (b) $(0, \infty)$

(c) $(-\infty, 0)$ (d) $(-\infty, \infty)$

17. The corner points of the feasible region in the graphical representation of a linear programming problem are (2, 72), (15, 20) and (40, 15). If $z = 18x + 9y$ be the objective function, then :

(a) z is maximum at (2, 72), minimum at (15, 20)

(b) z is maximum at (15, 20), minimum at (40, 15)

(c) z is maximum at (40, 15), minimum at (15, 20)

(d) z is maximum at (40, 15), minimum at (2, 72)

18. The number of corner points of the feasible region determined by the constraints $x - y \geq 0$, $2y \leq x + 2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ is :

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) 5

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.*

(a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.

(d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.

19. *अभिकथन (A) :* फलन $f(x) = 2 \sin^{-1} x + \frac{3\pi}{2}$, जहाँ $x \in [-1, 1]$ का परिसर $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ है ।

तर्क (R) : $\sin^{-1}(x)$ की मुख्य मान शाखा का परिसर $[0, \pi]$ है ।

20. *अभिकथन (A) :* बिन्दुओं (1, 2, 3) तथा (3, – 1, 3) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{0}$ है ।

तर्क (R) : बिन्दुओं (x_1, y_1, z_1) तथा (x_2, y_2, z_2) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$ है ।

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. (क) $f(x) = 2x$ द्वारा परिभाषित फलन $f : A \to B$, एकैकी और आच्छादक दोनों है । यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ है, तो समुच्चय B ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}\left(\cos \frac{3\pi}{4}\right) + \tan^{-1}(1)$$

22. परिमाण $3\sqrt{3}$ के वह सभी सदिश ज्ञात कीजिए जो सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ के संरेख हों ।

23. (क) नीचे दी गई आकृति में दर्शाए गए बिन्दुओं A, B तथा C के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ हैं ।

यदि $\vec{AC} = \frac{5}{4}\vec{AB}$ है, तो $\vec{c}$ को $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के पदों में व्यक्त कीजिए ।

अथवा

19. *Assertion (A) :* The range of the function $f(x) = 2\sin^{-1} x + \frac{3\pi}{2}$, where $x \in [-1, 1]$, is $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$.

Reason (R) : The range of the principal value branch of $\sin^{-1}(x)$ is $[0, \pi]$.

20. *Assertion (A) :* Equation of a line passing through the points (1, 2, 3) and (3, – 1, 3) is $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{0}$.

Reason (R) : Equation of a line passing through points (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) is given by $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$.

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) A function $f : A \to B$ defined as $f(x) = 2x$ is both one-one and onto. If $A = \{1, 2, 3, 4\}$, then find the set B.

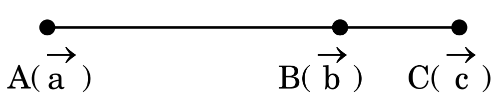
OR

(b) Evaluate :

$$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}\left(\cos\frac{3\pi}{4}\right) + \tan^{-1}(1)$$

22. Find all the vectors of magnitude $3\sqrt{3}$ which are collinear to vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$.

23. (a) Position vectors of the points A, B and C as shown in the figure below are $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ respectively.



If $\vec{AC} = \frac{5}{4}\vec{AB}$, express $\vec{c}$ in terms of $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

OR

(ख) ज्ञात कीजिए कि क्या रेखाएँ जिनके समीकरण $x = 2\lambda + 2,\ y = 7\lambda + 1,\ z = -3\lambda - 3$ तथा $x = -\mu - 2,\ y = 2\mu + 8,\ z = 4\mu + 5$ हैं, परस्पर लंबवत हैं या नहीं ।

24. यदि $y = (x + \sqrt{x^2 - 1})^2$ है, तो दर्शाइए कि $(x^2 - 1)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4y^2$.

25. दर्शाइए कि फलन $f(x) = \frac{16 \sin x}{4 + \cos x} - x$, $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ में निरंतर ह्रासमान है ।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।

26. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\log(\sin x) - \log(2\cos x)]\, dx$$

27. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2)}\, dx$$

28. (क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \sec^2 x \cdot y = \tan x \cdot \sec^2 x$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि $y(0) = 0$.

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $x\,dy - y\,dx - \sqrt{x^2 + y^2}\,dx = 0$ को हल कीजिए ।

(b) Check whether the lines given by equations $x = 2\lambda + 2$, $y = 7\lambda + 1$, $z = -3\lambda - 3$ and $x = -\mu - 2$, $y = 2\mu + 8$, $z = 4\mu + 5$ are perpendicular to each other or not.

24. If $y = (x + \sqrt{x^2 - 1})^2$, then show that $(x^2 - 1)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4y^2$.

25. Show that the function $f(x) = \frac{16 \sin x}{4 + \cos x} - x$, is strictly decreasing in $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\log(\sin x) - \log(2 \cos x)]\, dx.$$

27. Find :

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 2)}\, dx$$

28. (a) Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + \sec^2 x \cdot y = \tan x \cdot \sec^2 x$, given that $y(0) = 0$.

OR

(b) Solve the differential equation given by
$x\,dy - y\,dx - \sqrt{x^2 + y^2}\,dx = 0$.

29. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

$z = 6x + 3y$ का निम्नलिखित व्यवरोधों के अंतर्गत,

अधिकतम मान ज्ञात कीजिए :

$$4x + y \geq 80,$$
$$3x + 2y \leq 150,$$
$$x + 5y \geq 115,$$
$$x \geq 0, y \geq 0.$$

30. (क) किसी यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :

X	1	2	3
P(X)	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{6}$

(i) k का मान ज्ञात कीजिए ।

(ii) ज्ञात कीजिए : $P(1 \leq X < 3)$

(iii) X का माध्य E(X) ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) A तथा B ऐसी स्वतंत्र घटनाएँ हैं कि $P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{4}$ तथा $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{6}$ है । P(A) तथा P(B) ज्ञात कीजिए ।

31. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x \, dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{\cos(x-a)\ \cos(x-b)}\, dx$$

29. Solve graphically the following linear programming problem :

Maximise $z = 6x + 3y$,

subject to the constraints

$$4x + y \geq 80,$$
$$3x + 2y \leq 150,$$
$$x + 5y \geq 115,$$
$$x \geq 0,\ y \geq 0.$$

30. (a) The probability distribution of a random variable X is given below :

X	1	2	3
P(X)	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{6}$

(i) Find the value of k.

(ii) Find $P(1 \leq X < 3)$.

(iii) Find E(X), the mean of X.

OR

(b) A and B are independent events such that $P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{4}$ and $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{6}$. Find P(A) and P(B).

31. (a) Evaluate :

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} e^{x} \sin x \, dx$$

OR

(b) Find :

$$\int \frac{1}{\cos(x-a)\ \cos(x-b)} \, dx$$

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. एक संबंध R, वास्तविक संख्याओं के समुच्चय $\mathbb{R}$ पर इस प्रकार परिभाषित है कि R = {(x, y) : x . y एक अपरिमेय संख्या है} । जाँच कीजिए कि क्या R, स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है या नहीं ।

33. (क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो $(AB)^{-1}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) आव्यूह विधि द्वारा निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$x + 2y + 3z = 6$

$2x - y + z = 2$

$3x + 2y - 2z = 3$

34. (क) उस रेखा के सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (1, 2, – 4) से होकर जाती है तथा बिन्दुओं A(3, 3, – 5) तथा B(1, 0, –11) को मिलाने वाली रेखा के समांतर है । अत: इन दो रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) बिन्दुओं A(1, 2, 3) तथा B(3, 5, 9) से होकर जाने वाली रेखा के समीकरण ज्ञात कीजिए । अत: इस रेखा पर उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु B से 14 इकाई की दूरी पर हैं ।

35. समाकलन के प्रयोग से वक्र $x^2 = y$, $y = x + 2$ तथा x-अक्ष द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

SECTION D

This section comprises long answer type questions (LA) of 5 marks each.

32. A relation R is defined on a set of real numbers $\mathbb{R}$ as

$R = \{(x, y) : x \cdot y \text{ is an irrational number}\}$.

Check whether R is reflexive, symmetric and transitive or not.

33. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$, find $(AB)^{-1}$.

OR

(b) Solve the following system of equations by matrix method :

$x + 2y + 3z = 6$

$2x - y + z = 2$

$3x + 2y - 2z = 3$

34. (a) Find the vector and the Cartesian equations of a line passing through the point (1, 2, – 4) and parallel to the line joining the points A(3, 3, – 5) and B(1, 0, – 11). Hence, find the distance between the two lines.

OR

(b) Find the equations of the line passing through the points A(1, 2, 3) and B(3, 5, 9). Hence, find the coordinates of the points on this line which are at a distance of 14 units from point B.

35. Find the area of the region bounded by the curves $x^2 = y$, $y = x + 2$ and x-axis, using integration.

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. योग के कई प्रकार हैं जिनमें योग के विभिन्न प्रकार के आसन, मनन-प्रार्थना, प्राणायाम इत्यादि हैं जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है ।

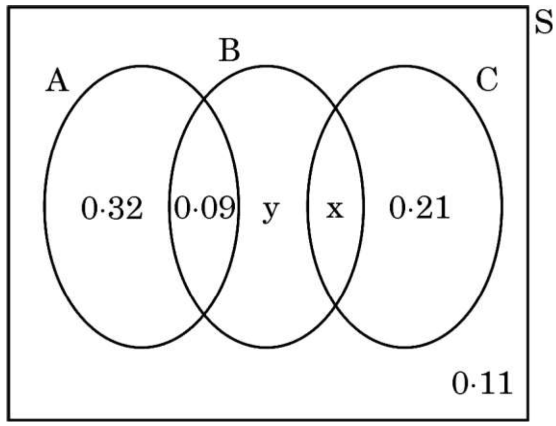
SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. There are different types of Yoga which involve the usage of different poses of Yoga Asanas, Meditation and Pranayam as shown in the figure below :

नीचे दी गई वेन-आकृति में, एक सोसाइटी के लोगों द्वारा किए गए तीन विभिन्न प्रकार के योग A, B तथा C की प्रायिकताओं को दर्शाया गया है । यह भी दिया गया है कि एक सदस्य द्वारा C प्रकार के योग करने की प्रायिकता 0·44 है ।



उपर्युक्त सूचनाओं के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) x का मान ज्ञात कीजिए । *1*

(ii) y का मान ज्ञात कीजिए । *1*

(iii) (क) $P\left(\frac{C}{B}\right)$ ज्ञात कीजिए । *2*

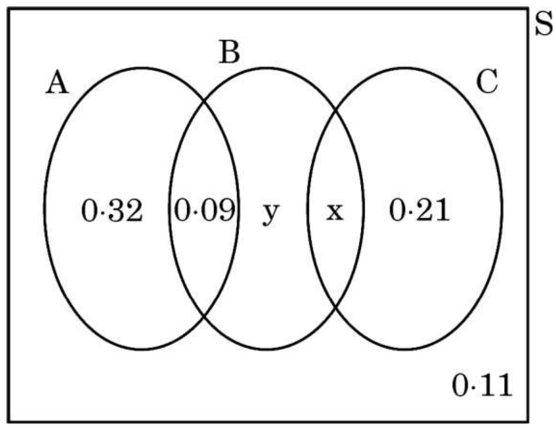
अथवा

(iii) (ख) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि सोसाइटी का एक यादृच्छया चुना गया सदस्य A या B प्रकार का योग करता है परन्तु C प्रकार का नहीं । *2*

प्रकरण अध्ययन – 2

37. निम्न आकृति में दर्शाए गए टैंक, जो बेलन तथा शंकु को जोड़कर बने हैं, एक सीधे आधार वाले टैंक से पानी की अच्छी निकासी देते हैं ।

The Venn diagram below represents the probabilities of three different types of Yoga, A, B and C performed by the people of a society. Further, it is given that probability of a member performing type C Yoga is 0·44.



On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Find the value of x. *1*

(ii) Find the value of y. *1*

(iii) (a) Find $P\left(\frac{C}{B}\right)$. *2*

OR

(iii) (b) Find the probability that a randomly selected person of the society does Yoga of type A or B but not C. *2*

Case Study – 2

37. A tank, as shown in the figure below, formed using a combination of a cylinder and a cone, offers better drainage as compared to a flat bottomed tank.

एक ऐसा टैंक, जिसका शंक्वाकार भाग पानी से भरा है, में एक नल लगाया गया तथा नल से $2\ cm^3/s$ की समान दर से पानी टपक रहा है । शंक्वाकार टैंक का अर्ध-शीर्ष कोण 45° है ।

उपर्युक्त सूचनाओं के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) टैंक में पानी के आयतन को त्रिज्या r के पदों में व्यक्त कीजिए । *1*

(ii) उस समय जब $r = 2\sqrt{2}$ cm है, त्रिज्या के बदलने की दर ज्ञात कीजिए । *1*

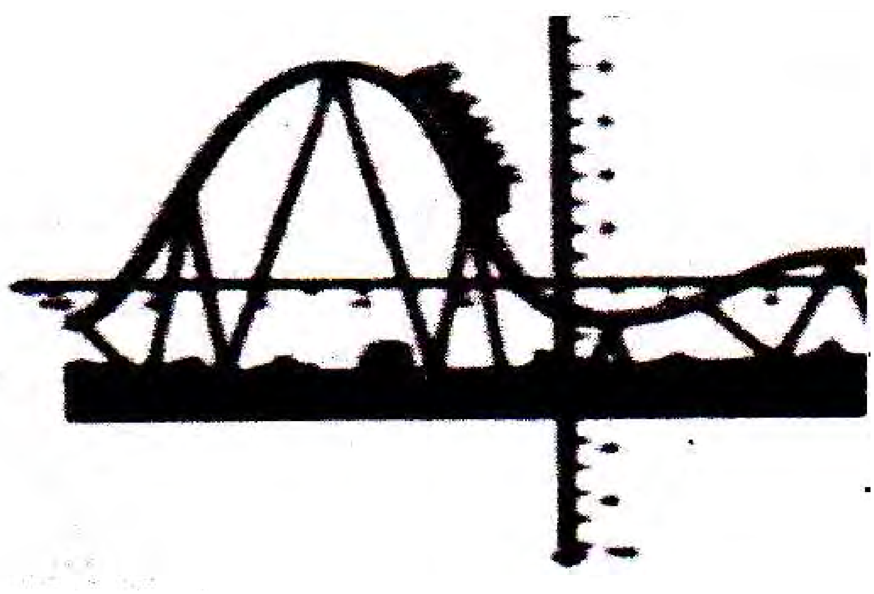
(iii) (क) उस समय जब $r = 2\sqrt{2}$ cm है, शंक्वाकार टैंक के गीले तल के घटने की दर ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(iii) (ख) जब तिर्यक ऊँचाई 4 cm है, उस समय ऊँचाई 'h' के बदलने की दर ज्ञात कीजिए । *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक रोलर-कोस्टर द्वारा तय किया गया पथ बहुपद $f(x) = a(x + 9)(x + 1)(x - 3)$ द्वारा प्रदत्त है । यदि यह रोलर-कोस्टर y-अक्ष को बिंदु $(0, -1)$ पर मिलता है, तो निम्न के उत्तर दीजिए :



(i) 'a' का मान ज्ञात कीजिए । *2*

(ii) $x = 1$ पर $f''(x)$ ज्ञात कीजिए । *2*

A tap is connected to such a tank whose conical part is full of water. Water is dripping out from a tap at the bottom at the uniform rate of 2 cm^3/s. The semi-vertical angle of the conical tank is 45°.

On the basis of given information, answer the following questions :

(i) Find the volume of water in the tank in terms of its radius r. *1*

(ii) Find rate of change of radius at an instant when $r = 2\sqrt{2}$ cm. *1*

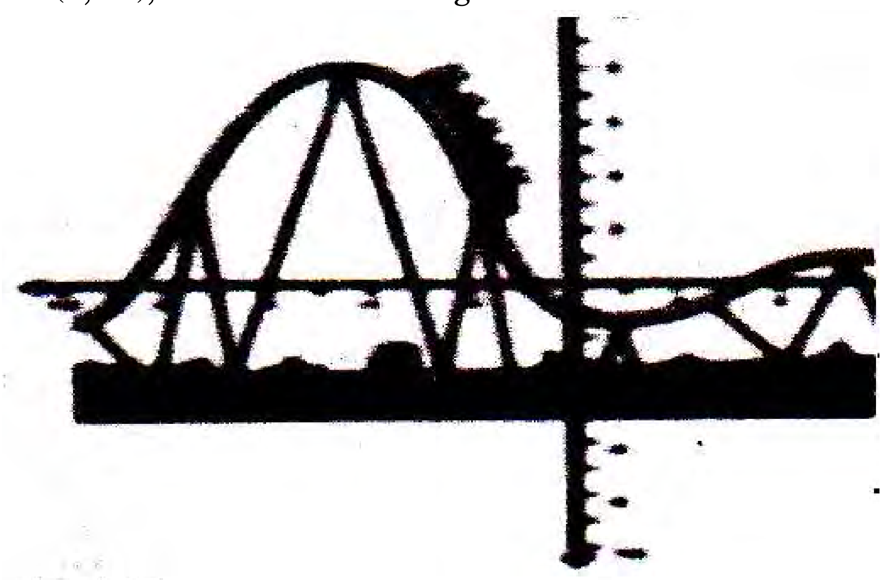
(iii) (a) Find the rate at which the wet surface of the conical tank is decreasing at an instant when radius $r = 2\sqrt{2}$ cm. *2*

OR

(iii) (b) Find the rate of change of height 'h' at an instant when slant height is 4 cm. *2*

Case Study – 3

38. The equation of the path traced by a roller-coaster is given by the polynomial $f(x) = a(x + 9)(x + 1)(x - 3)$. If the roller-coaster crosses y-axis at a point (0, –1), answer the following :



(i) Find the value of 'a'. *2*

(ii) Find $f''(x)$ at $x = 1$. *2*

Series **EF1GH/1** **SET~2**

प्रश्न–पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/2**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित
MATHEMATICS

*

निर्धारित समय : 3 घण्टे *अधिकतम अंक : 80*
Time allowed : 3 hours *Maximum Marks : 80*

नोट / NOTE :

(i) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
*Please check that this question paper contains **23** printed pages.*

(ii) *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(iii) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
*Please check that this question paper contains **38** questions.*

(iv) ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.

(v) *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) ***खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **एक-एक** अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **दो-दो** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) ***खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **तीन-तीन** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) ***खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **पाँच-पाँच** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) ***खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** प्रकरण अध्ययन आधारित **चार-चार** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. $\int \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} dx$ बराबर है :

(a) $\sec^2 \left(\frac{\pi}{4} + x\right) + C$

(b) $\sec^2 \left(\frac{\pi}{4} - x\right) + C$

(c) $\log \left| \sec\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \right| + C$

(d) $\log \left| \sec\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \right| + C$

2. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sec^2(x - \frac{\pi}{6})\, dx$ बराबर है :

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{3}$

(d) $-\sqrt{3}$

3. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = \sin y$ की कोटि तथा घात का योगफल है :

(a) 5

(b) 2

(c) 3

(d) 4

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

*(i) This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

*(ii) This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

*(iii) In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

*(iv) In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

*(v) In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

*(vi) In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

*(vii) In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.

*(ix) Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. $\int \frac{1+\tan x}{1-\tan x}\, dx$ is equal to :

(a) $\sec^2\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+C$ (b) $\sec^2\left(\frac{\pi}{4}-x\right)+C$

(c) $\log\left|\sec\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\right|+C$ (d) $\log\left|\sec\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\right|+C$

2. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sec^2(x-\frac{\pi}{6})\, dx$ is equal to :

(a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{3}$ (d) $-\sqrt{3}$

3. The sum of the order and the degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}+\left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = \sin y$ is :

(a) 5 (b) 2

(c) 3 (d) 4

4. p का वह मान जिसके लिए सदिश $2\hat{i} + p\hat{j} + \hat{k}$ तथा $-4\hat{i} - 6\hat{j} + 26\hat{k}$ परस्पर लंबवत हैं, है :

(a) 3 (b) -3

(c) $-\frac{17}{3}$ (d) $\frac{17}{3}$

5. यदि सदिश $\hat{i} - b\hat{j} + \hat{k}$, निर्देशांक अक्षों से समान कोण बनाता है, तो b का मान है :

(a) -1 (b) 1

(c) $-\sqrt{3}$ (d) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

6. यदि $\vec{a} + \vec{b} = \hat{i}$ तथा $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ है, तो $|\vec{b}|$ बराबर है :

(a) $\sqrt{14}$ (b) 3

(c) $\sqrt{12}$ (d) $\sqrt{17}$

7. x-अक्ष तथा z-अक्ष दोनों के लंबवत एक रेखा के दिक्-कोसाइन हैं :

(a) 1, 0, 1 (b) 1, 1, 1

(c) 0, 0, 1 (d) 0, 1, 0

8. यदि $P\left(\frac{A}{B}\right) = 0{\cdot}3$, $P(A) = 0{\cdot}4$ तथा $P(B) = 0{\cdot}8$ है, तो $P\left(\frac{B}{A}\right)$ बराबर है :

(a) 0·6 (b) 0·3

(c) 0·06 (d) 0·4

9. k के किस मान के लिए फलन $f(x) = \begin{cases} k(3x^2 - 5x), & x \le 0 \\ \cos x, & x > 0 \end{cases}$

संतत है ?

(a) 0 (b) 1

(c) $-\frac{1}{2}$ (d) कोई मान नहीं

10. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $(3I + 4A)(3I - 4A) = x^2 I$ है, तो x का/के मान है/हैं :

(a) $\pm\sqrt{7}$ (b) 0

(c) ± 5 (d) 25

4. The value of p for which the vectors $2\hat{i} + p\hat{j} + \hat{k}$ and $-4\hat{i} - 6\hat{j} + 26\hat{k}$ are perpendicular to each other, is :

(a) 3 (b) -3

(c) $-\frac{17}{3}$ (d) $\frac{17}{3}$

5. If the vector $\hat{i} - b\hat{j} + \hat{k}$ is equally inclined to the coordinate axes, then the value of b is :

(a) -1 (b) 1

(c) $-\sqrt{3}$ (d) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

6. If $\vec{a} + \vec{b} = \hat{i}$ and $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$, then $|\vec{b}|$ equals :

(a) $\sqrt{14}$ (b) 3

(c) $\sqrt{12}$ (d) $\sqrt{17}$

7. Direction cosines of a line perpendicular to both x-axis and z-axis are :

(a) 1, 0, 1 (b) 1, 1, 1

(c) 0, 0, 1 (d) 0, 1, 0

8. If $P\left(\frac{A}{B}\right) = 0{\cdot}3$, $P(A) = 0{\cdot}4$ and $P(B) = 0{\cdot}8$, then $P\left(\frac{B}{A}\right)$ is equal to :

(a) 0·6 (b) 0·3

(c) 0·06 (d) 0·4

9. For what value of k may the function $f(x) = \begin{cases} k(3x^2 - 5x), & x \le 0 \\ \cos x, & x > 0 \end{cases}$

become continuous ?

(a) 0 (b) 1

(c) $-\frac{1}{2}$ (d) No value

10. If $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ and $(3I + 4A)(3I - 4A) = x^2 I$, then the value(s) x is/are :

(a) $\pm\sqrt{7}$ (b) 0

(c) ± 5 (d) 25

11. अवकल समीकरण $x\,dy - (1 + x^2)\,dx = dx$ का व्यापक हल है :

(a) $y = 2x + \frac{x^3}{3} + C$ (b) $y = 2 \log x + \frac{x^3}{3} + C$

(c) $y = \frac{x^2}{2} + C$ (d) $y = 2 \log x + \frac{x^2}{2} + C$

12. यदि $f(x) = a(x - \cos x)$, $\mathbb{R}$ में निरंतर ह्रासमान है, तो 'a' निम्न में से किस में स्थित है ?

(a) $\{0\}$ (b) $(0, \infty)$

(c) $(-\infty, 0)$ (d) $(-\infty, \infty)$

13. किसी रैखिक प्रोग्रामन समस्या के आलेखीय निरूपण में सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिन्दु (2, 72), (15, 20) तथा (40, 15) हैं । यदि $z = 18x + 9y$ उद्देश्य फलन है, तो :

(a) z, (2, 72) पर अधिकतम तथा (15, 20) पर न्यूनतम है ।

(b) z, (15, 20) पर अधिकतम तथा (40, 15) पर न्यूनतम है ।

(c) z, (40, 15) पर अधिकतम तथा (15, 20) पर न्यूनतम है ।

(d) z, (40, 15) पर अधिकतम तथा (2, 72) पर न्यूनतम है ।

14. व्यवरोधों $x - y \geq 0$, $2y \leq x + 2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ द्वारा बने सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिन्दुओं की संख्या है :

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) 5

15. यदि किसी वर्ग आव्यूह A के लिए $A^2 - 3A + I = O$ है तथा $A^{-1} = xA + yI$ है, तो $x + y$ का मान है :

(a) -2 (b) 2

(c) 3 (d) -3

16. यदि किसी 3×3 आव्यूह A के लिए $\left|\frac{A^{-1}}{2}\right| = \frac{1}{k|A|}$ है, तो k का मान है :

(a) $\frac{1}{8}$ (b) 8

(c) 2 (d) $\frac{1}{2}$

11. The general solution of the differential equation x dy – (1 + x^2) dx = dx is :

(a) $y = 2x + \frac{x^3}{3} + C$

(b) $y = 2 \log x + \frac{x^3}{3} + C$

(c) $y = \frac{x^2}{2} + C$

(d) $y = 2 \log x + \frac{x^2}{2} + C$

12. If f(x) = a(x – cos x) is strictly decreasing in $\mathbb{R}$, then 'a' belongs to

(a) {0}

(b) $(0, \infty)$

(c) $(-\infty, 0)$

(d) $(-\infty, \infty)$

13. The corner points of the feasible region in the graphical representation of a linear programming problem are (2, 72), (15, 20) and (40, 15). If z = 18x + 9y be the objective function, then :

(a) z is maximum at (2, 72), minimum at (15, 20)

(b) z is maximum at (15, 20), minimum at (40, 15)

(c) z is maximum at (40, 15), minimum at (15, 20)

(d) z is maximum at (40, 15), minimum at (2, 72)

14. The number of corner points of the feasible region determined by the constraints $x - y \geq 0$, $2y \leq x + 2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ is :

(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

15. If for a square matrix A, $A^2 - 3A + I = O$ and $A^{-1} = xA + yI$, then the value of x + y is :

(a) – 2

(b) 2

(c) 3

(d) – 3

16. If $\left|\frac{A^{-1}}{2}\right| = \frac{1}{k|A|}$, where A is a 3 × 3 matrix, then the value of k is :

(a) $\frac{1}{8}$

(b) 8

(c) 2

(d) $\frac{1}{2}$

17. माना A एक ऐसा 3×3 आव्यूह है कि $|\text{adj } A| = 64$ है । तो $|A|$ बराबर है :

(a) केवल 8 (b) केवल -8

(c) 64 (d) 8 अथवा -8

18. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ है तथा $2A + B$ एक शून्य आव्यूह है, तो B बराबर है :

(a) $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -6 & -8 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए ।*

(a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(c) अभिकथन (A) सही है तथा तर्क (R) ग़लत है ।

(d) अभिकथन (A) ग़लत है तथा तर्क (R) सही है ।

19. *अभिकथन (A) :* बिन्दुओं (1, 2, 3) तथा (3, – 1, 3) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{0}$ है ।

तर्क (R) : बिन्दुओं (x_1, y_1, z_1) तथा (x_2, y_2, z_2) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$ है ।

20. *अभिकथन (A) :* समुच्चय P जिसमें 5 अवयव हैं, से समुच्चय Q जिसमें 2 अवयव हैं, में परिभाषित आच्छादक फलनों की संख्या 30 है ।

तर्क (R) : m अवयवों वाले समुच्चय से n अवयवों वाले समुच्चय में परिभाषित आच्छादक फलनों की संख्या n^m होती है ।

17. Let A be a 3×3 matrix such that $|\text{adj } A| = 64$. Then $|A|$ is equal to :

(a) 8 only (b) – 8 only

(c) 64 (d) 8 or – 8

18. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ and 2A + B is a null matrix, then B is equal to :

(a) $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -6 & -8 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.*

(a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.

(d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.

19. *Assertion (A) :* Equation of a line passing through the points (1, 2, 3) and (3, – 1, 3) is $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{0}$.

Reason (R) : Equation of a line passing through points (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) is given by $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$.

20. *Assertion (A) :* The number of onto functions from a set P containing 5 elements to a set Q containing 2 elements is 30.

Reason (R) : Number of onto functions from a set containing m elements to a set containing n elements is n^m.

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. (क) नीचे दी गई आकृति में दर्शाए गए बिन्दुओं A, B तथा C के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ हैं ।

यदि $\vec{AC} = \frac{5}{4}\vec{AB}$ है, तो $\vec{c}$ को $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के पदों में व्यक्त कीजिए ।

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए कि क्या रेखाएँ जिनके समीकरण $x = 2\lambda + 2,\ y = 7\lambda + 1,\ z = -3\lambda - 3$ तथा $x = -\mu - 2,\ y = 2\mu + 8,\ z = 4\mu + 5$ हैं, परस्पर लंबवत हैं या नहीं ।

22. यदि $y = (x + \sqrt{x^2 - 1})^2$ है, तो दर्शाइए कि $(x^2 - 1)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4y^2$.

23. वह उप-अंतराल ज्ञात कीजिए जहाँ $f(x) = \log(2 + x) - \frac{x}{2 + x}, x > -2$, वर्धमान अथवा ह्रासमान है ।

24. (क) $f(x) = 2x$ द्वारा परिभाषित फलन $f : A \to B$, एकैकी और आच्छादक दोनों है । यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ है, तो समुच्चय B ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}\left(\cos\frac{3\pi}{4}\right) + \tan^{-1}(1)$$

25. दो शून्येतर सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लिए यदि $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ है, तो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए ।

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।

26. (क) अवकल समीकरण $\frac{dx}{dy} = \frac{e^{x/y}\left(\frac{x}{y} - 1\right)}{1 + e^{x/y}}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. (a) Position vectors of the points A, B and C as shown in the figure below are $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ respectively.

If $\vec{AC} = \frac{5}{4}\vec{AB}$, express $\vec{c}$ in terms of $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

OR

(b) Check whether the lines given by equations $x = 2\lambda + 2$, $y = 7\lambda + 1$, $z = -3\lambda - 3$ and $x = -\mu - 2$, $y = 2\mu + 8$, $z = 4\mu + 5$ are perpendicular to each other or not.

22. If $y = (x + \sqrt{x^2 - 1})^2$, then show that $(x^2 - 1)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4y^2$.

23. Find the sub-intervals in which $f(x) = \log(2 + x) - \frac{x}{2 + x}$, $x > -2$ is increasing or decreasing.

24. (a) A function $f : A \to B$ defined as $f(x) = 2x$ is both one-one and onto. If $A = \{1, 2, 3, 4\}$, then find the set B.

OR

(b) Evaluate :

$$\sin^{-1}\left(\sin\frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}\left(\cos\frac{3\pi}{4}\right) + \tan^{-1}(1)$$

25. For two non-zero vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, if $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$, then find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) Find the general solution of the differential equation :

$$\frac{dx}{dy} = \frac{e^{x/y}\left(\frac{x}{y} - 1\right)}{1 + e^{x/y}}.$$

OR

(ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \cot x \cdot y = \cos^2 x$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए ।

दिया है कि जब $x = \frac{\pi}{2}$ है, तो $y = 0$ है ।

27. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

$P = 100x + 5y$ का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए, जबकि व्यवरोध हैं :

$$x + y \leq 300,$$
$$3x + y \leq 600,$$
$$y \leq x + 200,$$
$$x, y \geq 0.$$

28. (क) किसी यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :

X	1	2	3
P(X)	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{6}$

(i) k का मान ज्ञात कीजिए ।

(ii) ज्ञात कीजिए : $P(1 \leq X < 3)$

(iii) X का माध्य E(X) ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) A तथा B ऐसी स्वतंत्र घटनाएँ हैं कि $P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{4}$ तथा $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{6}$ है ।

P(A) तथा P(B) ज्ञात कीजिए ।

29. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x \, dx$$

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{\cos(x-a)\ \cos(x-b)} \, dx$$

(b) Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + \cot x \cdot y = \cos^2 x$, given that when $x = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$.

27. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $P = 100x + 5y$

subject to the constraints

$$x + y \leq 300,$$
$$3x + y \leq 600,$$
$$y \leq x + 200,$$
$$x, y \geq 0.$$

28. (a) The probability distribution of a random variable X is given below :

X	1	2	3
P(X)	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{6}$

(i) Find the value of k.

(ii) Find $P(1 \leq X < 3)$.

(iii) Find E(X), the mean of X.

OR

(b) A and B are independent events such that $P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{4}$ and $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{6}$. Find P(A) and P(B).

29. (a) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x \, dx$$

OR

(b) Find :

$$\int \frac{1}{\cos(x-a)\ \cos(x-b)} \, dx$$

30. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x|\, dx.$$

31. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}\, dx$$

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. (क) उस रेखा के सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (1, 2, – 4) से होकर जाती है तथा बिन्दुओं A(3, 3, – 5) तथा B(1, 0, –11) को मिलाने वाली रेखा के समांतर है । अत: इन दो रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) बिन्दुओं A(1, 2, 3) तथा B(3, 5, 9) से होकर जाने वाली रेखा के समीकरण ज्ञात कीजिए । अत: इस रेखा पर उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु B से 14 इकाई की दूरी पर हैं ।

33. समाकलन के प्रयोग से, क्षेत्र $\{(x, y) : x^2 + y^2 \le 1 \le x + y\}$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

34. एक संबंध R, वास्तविक संख्याओं के समुच्चय $\mathbb{R}$ पर इस प्रकार परिभाषित है कि R = {(x, y) : x . y एक अपरिमेय संख्या है} । जाँच कीजिए कि क्या R, स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है या नहीं ।

35. (क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो $(AB)^{-1}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) आव्यूह विधि द्वारा निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + 2y + 3z = 6$$
$$2x - y + z = 2$$
$$3x + 2y - 2z = 3$$

30. Evaluate :

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x| \, dx$$

31. Find :

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)} \, dx$$

SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) Find the vector and the Cartesian equations of a line passing through the point (1, 2, – 4) and parallel to the line joining the points A(3, 3, – 5) and B(1, 0, – 11). Hence, find the distance between the two lines.

OR

(b) Find the equations of the line passing through the points A(1, 2, 3) and B(3, 5, 9). Hence, find the coordinates of the points on this line which are at a distance of 14 units from point B.

33. Find the area of the region $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1 \leq x + y\}$, using integration.

34. A relation R is defined on a set of real numbers $\mathbb{R}$ as

$$R = \{(x, y) : x \cdot y \text{ is an irrational number}\}.$$

Check whether R is reflexive, symmetric and transitive or not.

35. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$, find $(AB)^{-1}$.

OR

(b) Solve the following system of equations by matrix method :

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x - y + z = 2$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं जिसमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. निम्न आकृति में दर्शाए गए टैंक, जो बेलन तथा शंकु को जोड़कर बने हैं, एक सीधे आधार वाले टैंक से पानी की अच्छी निकासी देते हैं ।

एक ऐसा टैंक, जिसका शंक्वाकार भाग पानी से भरा है, में एक नल लगाया गया तथा नल से $2\ cm^3/s$ की समान दर से पानी टपक रहा है । शंक्वाकार टैंक का अर्ध-शीर्ष कोण $45°$ है ।

उपर्युक्त सूचनाओं के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) टैंक में पानी के आयतन को त्रिज्या r के पदों में व्यक्त कीजिए । *1*

(ii) उस समय जब $r = 2\sqrt{2}$ cm है, त्रिज्या के बदलने की दर ज्ञात कीजिए । *1*

(iii) (क) उस समय जब $r = 2\sqrt{2}$ cm है, शंक्वाकार टैंक के गीले तल के घटने की दर ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(iii) (ख) जब तिर्यक ऊँचाई 4 cm है, उस समय ऊँचाई 'h' के बदलने की दर ज्ञात कीजिए । *2*

SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. A tank, as shown in the figure below, formed using a combination of a cylinder and a cone, offers better drainage as compared to a flat bottomed tank.

A tap is connected to such a tank whose conical part is full of water. Water is dripping out from a tap at the bottom at the uniform rate of 2 cm^3/s. The semi-vertical angle of the conical tank is $45°$.

On the basis of given information, answer the following questions :

(i) Find the volume of water in the tank in terms of its radius r. *1*

(ii) Find rate of change of radius at an instant when $r = 2\sqrt{2}$ cm. *1*

(iii) (a) Find the rate at which the wet surface of the conical tank is decreasing at an instant when radius $r = 2\sqrt{2}$ cm. *2*

OR

(iii) (b) Find the rate of change of height 'h' at an instant when slant height is 4 cm. *2*

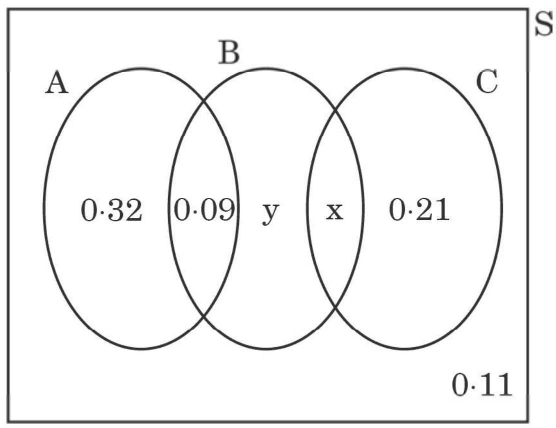
प्रकरण अध्ययन – 2

37. योग के कई प्रकार हैं जिनमें योग के विभिन्न प्रकार के आसन, मनन-प्रार्थना, प्राणायाम इत्यादि हैं जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है ।

Case Study – 2

37. There are different types of Yoga which involve the usage of different poses of Yoga Asanas, Meditation and Pranayam as shown in the figure below :

नीचे दी गई वेन-आकृति में, एक सोसाइटी के लोगों द्वारा किए गए तीन विभिन्न प्रकार के योग A, B तथा C की प्रायिकताओं को दर्शाया गया है । यह भी दिया गया है कि एक सदस्य द्वारा C प्रकार के योग करने की प्रायिकता 0·44 है ।



उपर्युक्त सूचनाओं के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) x का मान ज्ञात कीजिए । *1*

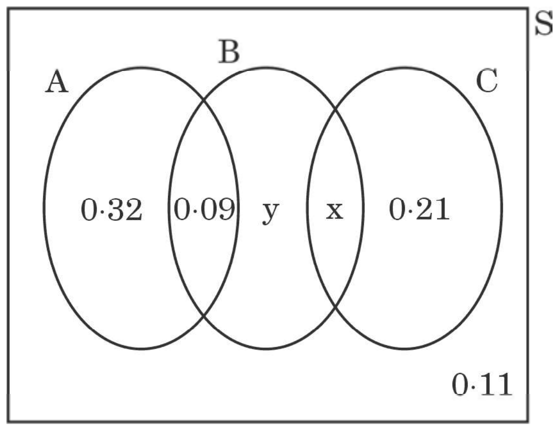
(ii) y का मान ज्ञात कीजिए । *1*

(iii) (क) $P\left(\frac{C}{B}\right)$ ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(iii) (ख) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि सोसाइटी का एक यादृच्छया चुना गया सदस्य A या B प्रकार का योग करता है परन्तु C प्रकार का नहीं । *2*

The Venn diagram below represents the probabilities of three different types of Yoga, A, B and C performed by the people of a society. Further, it is given that probability of a member performing type C Yoga is 0·44.



On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Find the value of x. *1*

(ii) Find the value of y. *1*

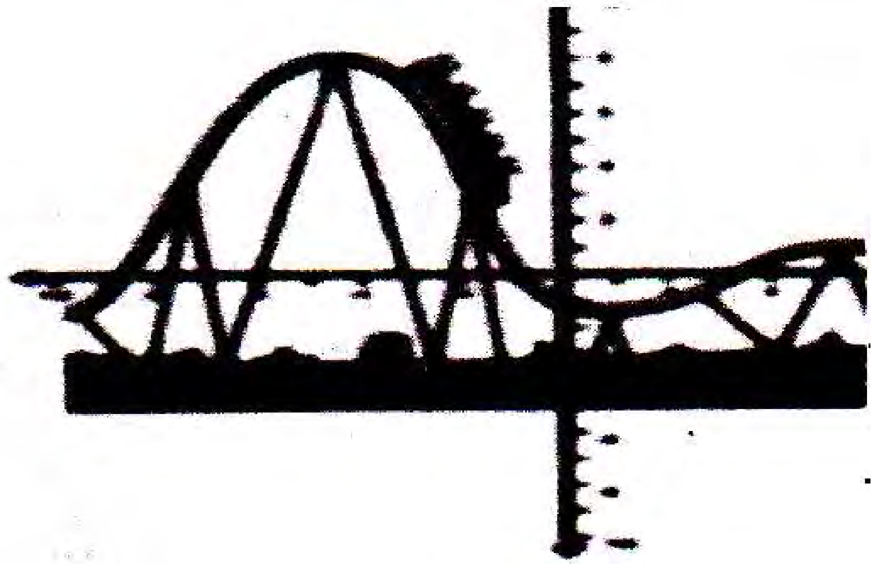
(iii) (a) Find $P\left(\frac{C}{B}\right)$. *2*

OR

(iii) (b) Find the probability that a randomly selected person of the society does Yoga of type A or B but not C. *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक रोलर-कोस्टर द्वारा तय किया गया पथ बहुपद $f(x) = a(x + 9)(x + 1)(x - 3)$ द्वारा प्रदत्त है । यदि यह रोलर-कोस्टर y-अक्ष को बिंदु $(0, -1)$ पर मिलता है, तो निम्न के उत्तर दीजिए :

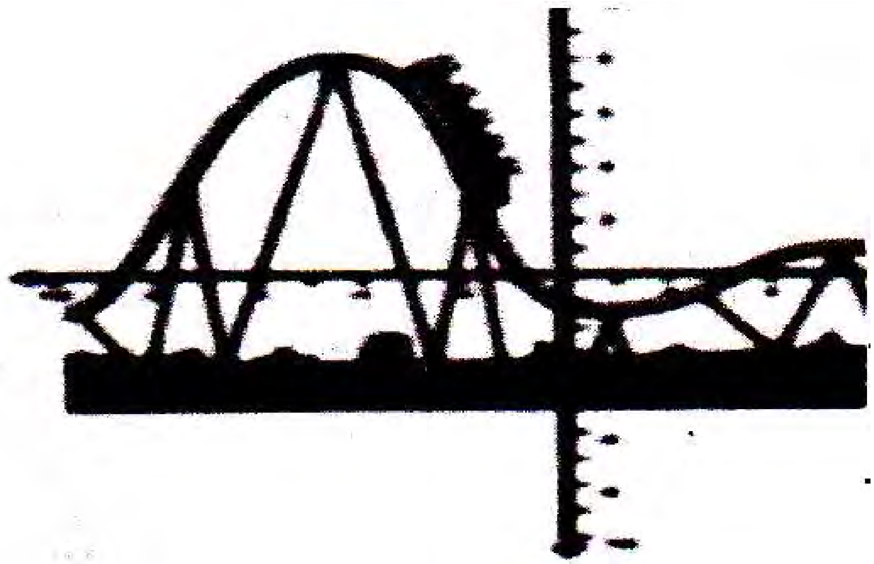


(i) 'a' का मान ज्ञात कीजिए । *2*

(ii) $x = 1$ पर $f''(x)$ ज्ञात कीजिए । *2*

Case Study – 3

38. The equation of the path traced by a roller-coaster is given by the polynomial $f(x) = a(x + 9)(x + 1)(x - 3)$. If the roller-coaster crosses y-axis at a point $(0, -1)$, answer the following :



(i) Find the value of 'a'. *2*

(ii) Find $f''(x)$ at $x = 1$. *2*

Series **EF1GH/1**

SET~3

प्रश्न–पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/3**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित

MATHEMATICS

*

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

नोट / NOTE :

(i) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
*Please check that this question paper contains **23** printed pages.*

(ii) *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

(iii) *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
*Please check that this question paper contains **38** questions.*

(iv) ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.

(v) *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में* ***38*** *प्रश्न हैं ।* ***सभी*** *प्रश्न* ***अनिवार्य*** *हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र* ***पाँच*** *खण्डों में विभाजित है –* ***क, ख, ग, घ*** *एवं* ***ङ*** *।*

(iii) ***खण्ड क*** *में प्रश्न संख्या* ***1*** *से* ***18*** *तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या* ***19*** *एवं* ***20*** *अभिकथन एवं तर्क आधारित* ***एक-एक*** *अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख*** *में प्रश्न संख्या* ***21*** *से* ***25*** *तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के* ***दो-दो*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) ***खण्ड ग*** *में प्रश्न संख्या* ***26*** *से* ***31*** *तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के* ***तीन-तीन*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) ***खण्ड घ*** *में प्रश्न संख्या* ***32*** *से* ***35*** *तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के* ***पाँच-पाँच*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) ***खण्ड ङ*** *में प्रश्न संख्या* ***36*** *से* ***38*** *प्रकरण अध्ययन आधारित* ***चार-चार*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग* ***वर्जित*** *है ।*

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. यदि $\vec{a} + \vec{b} = \hat{i}$ तथा $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ है, तो $|\vec{b}|$ बराबर है :

(a) $\sqrt{14}$ (b) 3

(c) $\sqrt{12}$ (d) $\sqrt{17}$

2. z-अक्ष के समांतर एक रेखा के दिक्-अनुपात हैं :

(a) $< 1, 1, 0 >$ (b) $< 1, 1, 1 >$

(c) $< 0, 0, 0 >$ (d) $< 0, 0, 1 >$

3. आशिमा एक लक्ष्य को 3 में से 2 बार भेद कर सकती है । उसने दो बार लक्ष्य को भेद करने का प्रयत्न किया । मात्र एक बार लक्ष्य को न भेद पाने की प्रायिकता है :

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{1}{9}$

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculators is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. If $\vec{a} + \vec{b} = \hat{i}$ and $\vec{a} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$, then $|\vec{b}|$ equals :

(a) $\sqrt{14}$ (b) 3

(c) $\sqrt{12}$ (d) $\sqrt{17}$

2. The direction ratios of a line parallel to z-axis are :

(a) $< 1, 1, 0 >$ (b) $< 1, 1, 1 >$

(c) $< 0, 0, 0 >$ (d) $< 0, 0, 1 >$

3. Ashima can hit a target 2 out of 3 times. She tried to hit the target twice. The probability that she missed the target exactly once is

(a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{1}{9}$

4. फलन $f(x) = |x| - x,\ x = 0$ पर

(a) संतत है, परन्तु अवकलनीय नहीं है ।

(b) संतत तथा अवकलनीय है ।

(c) न तो संतत है और न ही अवकलनीय है ।

(d) अवकलनीय है, परन्तु संतत नहीं है ।

5. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ तथा $(3I + 4A)(3I - 4A) = x^2 I$ है, तो x का/के मान है/हैं :

(a) $\pm \sqrt{7}$ (b) 0

(c) ± 5 (d) 25

6. अवकल समीकरण $x\,dy - (1 + x^2)\,dx = dx$ का व्यापक हल है :

(a) $y = 2x + \dfrac{x^3}{3} + C$ (b) $y = 2 \log x + \dfrac{x^3}{3} + C$

(c) $y = \dfrac{x^2}{2} + C$ (d) $y = 2 \log x + \dfrac{x^2}{2} + C$

7. यदि $f(x) = a(x - \cos x)$, $\mathbb{R}$ में निरंतर ह्रासमान है, तो 'a' निम्न में से किस में स्थित है ?

(a) $\{0\}$ (b) $(0, \infty)$

(c) $(-\infty, 0)$ (d) $(-\infty, \infty)$

8. किसी रैखिक प्रोग्रामन समस्या के आलेखीय निरूपण में सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिन्दु (2, 72), (15, 20) तथा (40, 15) हैं । यदि $z = 18x + 9y$ उद्देश्य फलन है, तो :

(a) z, (2, 72) पर अधिकतम तथा (15, 20) पर न्यूनतम है ।

(b) z, (15, 20) पर अधिकतम तथा (40, 15) पर न्यूनतम है ।

(c) z, (40, 15) पर अधिकतम तथा (15, 20) पर न्यूनतम है ।

(d) z, (40, 15) पर अधिकतम तथा (2, 72) पर न्यूनतम है ।

9. व्यवरोधों $x - y \geq 0,\ 2y \leq x + 2,\ x \geq 0,\ y \geq 0$ द्वारा बने सुसंगत क्षेत्र के शीर्ष बिन्दुओं की संख्या है :

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) 5

4. The function $f(x) = |x| - x$ is :

(a) continuous but not differentiable at $x = 0$.

(b) continuous and differentiable at $x = 0$.

(c) neither continuous nor differentiable at $x = 0$.

(d) differentiable but not continuous at $x = 0$.

5. If $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ and $(3I + 4A)(3I - 4A) = x^2 I$, then the value(s) x is/are :

(a) $\pm \sqrt{7}$ (b) 0

(c) ± 5 (d) 25

6. The general solution of the differential equation $x\,dy - (1 + x^2)\,dx = dx$ is :

(a) $y = 2x + \frac{x^3}{3} + C$ (b) $y = 2 \log x + \frac{x^3}{3} + C$

(c) $y = \frac{x^2}{2} + C$ (d) $y = 2 \log x + \frac{x^2}{2} + C$

7. If $f(x) = a(x - \cos x)$ is strictly decreasing in $\mathbb{R}$, then 'a' belongs to

(a) $\{0\}$ (b) $(0, \infty)$

(c) $(-\infty, 0)$ (d) $(-\infty, \infty)$

8. The corner points of the feasible region in the graphical representation of a linear programming problem are (2, 72), (15, 20) and (40, 15). If $z = 18x + 9y$ be the objective function, then :

(a) z is maximum at (2, 72), minimum at (15, 20)

(b) z is maximum at (15, 20), minimum at (40, 15)

(c) z is maximum at (40, 15), minimum at (15, 20)

(d) z is maximum at (40, 15), minimum at (2, 72)

9. The number of corner points of the feasible region determined by the constraints $x - y \geq 0$, $2y \leq x + 2$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ is :

(a) 2 (b) 3

(c) 4 (d) 5

10. यदि किसी वर्ग आव्यूह A के लिए $A^2 - 3A + I = O$ है तथा $A^{-1} = xA + yI$ है, तो $x + y$ का मान है :

(a) -2　　(b) 2

(c) 3　　(d) -3

11. यदि $\begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & x-1 \end{bmatrix}$ एक अव्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो x के सभी सम्भव मानों का गुणनफल है :

(a) 6　　(b) -6

(c) 0　　(d) -7

12. माना A एक ऐसा 3×3 आव्यूह है कि $|\text{adj } A| = 64$ है । तो $|A|$ बराबर है :

(a) केवल 8　　(b) केवल -8

(c) 64　　(d) 8 अथवा -8

13. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ है तथा $2A + B$ एक शून्य आव्यूह है, तो B बराबर है :

(a) $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$　　(b) $\begin{bmatrix} -6 & -8 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$　　(d) $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$

14. $\dfrac{2}{1 + \cos 2x}$ का पूर्वग है :

(a) $\sec^2 x$　　(b) $2 \sec^2 x \tan x$

(c) $\tan x$　　(d) $-\cot x$

15. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sec^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) dx$ बराबर है :

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　　(b) $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{3}$　　(d) $-\sqrt{3}$

10. If for a square matrix A, $A^2 - 3A + I = O$ and $A^{-1} = xA + yI$, then the value of x + y is :

(a) -2 (b) 2

(c) 3 (d) -3

11. If $\begin{bmatrix} x & 2 \\ 3 & x-1 \end{bmatrix}$ is a singular matrix, then the product of all possible values of x is :

(a) 6 (b) -6

(c) 0 (d) -7

12. Let A be a 3×3 matrix such that $|\text{adj } A| = 64$. Then $|A|$ is equal to :

(a) 8 only (b) -8 only

(c) 64 (d) 8 or -8

13. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ and 2A + B is a null matrix, then B is equal to :

(a) $\begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} -6 & -8 \\ -10 & -4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$ (d) $\begin{bmatrix} -5 & -8 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}$

14. The primitive of $\dfrac{2}{1 + \cos 2x}$ is

(a) $\sec^2 x$ (b) $2 \sec^2 x \tan x$

(c) $\tan x$ (d) $-\cot x$

15. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sec^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) dx$ is equal to :

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (b) $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(c) $\sqrt{3}$ (d) $-\sqrt{3}$

16. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = \sin y$ की कोटि तथा घात का योगफल है :

(a) 5 (b) 2

(c) 3 (d) 4

17. p का वह मान जिसके लिए सदिश $2\hat{i} + p\hat{j} + \hat{k}$ तथा $-4\hat{i} - 6\hat{j} + 26\hat{k}$ परस्पर लंबवत हैं, है :

(a) 3 (b) -3

(c) $-\frac{17}{3}$ (d) $\frac{17}{3}$

18. λ के किस मान के लिए सदिश $\hat{i} + \lambda\hat{j}$ का सदिश $\hat{i} - \hat{j}$ पर प्रक्षेप $\sqrt{2}$ है ?

(a) -1 (b) 1

(c) 0 (d) 3

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (a), (b), (c) और (d) में से चुनकर दीजिए ।*

(a) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(b) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(c) अभिकथन (A) सही है तथा तर्क (R) ग़लत है ।

(d) अभिकथन (A) ग़लत है तथा तर्क (R) सही है ।

19. *अभिकथन (A) :* फलन $f(x) = 2\sin^{-1} x + \frac{3\pi}{2}$, जहाँ $x \in [-1, 1]$ का परिसर $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ है ।

तर्क (R) : $\sin^{-1}(x)$ की मुख्य मान शाखा का परिसर $[0, \pi]$ है ।

20. *अभिकथन (A) :* बिन्दुओं (1, 2, 3) तथा (3, – 1, 3) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{0}$ है ।

तर्क (R) : बिन्दुओं (x_1, y_1, z_1) तथा (x_2, y_2, z_2) से होकर जाने वाली रेखा का समीकरण $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$ है ।

16. The sum of the order and the degree of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = \sin y$ is :

(a) 5 (b) 2

(c) 3 (d) 4

17. The value of p for which the vectors $2\hat{i} + p\hat{j} + \hat{k}$ and $-4\hat{i} - 6\hat{j} + 26\hat{k}$ are perpendicular to each other, is :

(a) 3 (b) -3

(c) $-\frac{17}{3}$ (d) $\frac{17}{3}$

18. For what value of λ, the projection of vector $\hat{i} + \lambda\hat{j}$ on vector $\hat{i} - \hat{j}$ is $\sqrt{2}$?

(a) -1 (b) 1

(c) 0 (d) 3

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions carrying 1 mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (a), (b), (c) and (d) as given below.*

(a) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(b) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(c) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.

(d) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.

19. *Assertion (A) :* The range of the function $f(x) = 2\sin^{-1} x + \frac{3\pi}{2}$, where $x \in [-1, 1]$, is $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$.

Reason (R) : The range of the principal value branch of $\sin^{-1}(x)$ is $[0, \pi]$.

20. *Assertion (A) :* Equation of a line passing through the points (1, 2, 3) and (3, – 1, 3) is $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{0}$.

Reason (R) : Equation of a line passing through points (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) is given by $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$.

खण्ड ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. यदि दो धन संख्याओं का गुणनफल 9 है, तो वे संख्याएँ ज्ञात कीजिए जबकि उनके वर्गों का योगफल न्यूनतम हो ।

22. (क) $f(x) = 2x$ द्वारा परिभाषित फलन $f : A \rightarrow B$, एकैकी और आच्छादक दोनों है । यदि $A = \{1, 2, 3, 4\}$ है, तो समुच्चय B ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}\left(\cos \frac{3\pi}{4}\right) + \tan^{-1}(1)$$

23. परिमाण $3\sqrt{3}$ के वह सभी सदिश ज्ञात कीजिए जो सदिश $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ के संरेख हों ।

24. (क) नीचे दी गई आकृति में दर्शाए गए बिन्दुओं A, B तथा C के स्थिति सदिश क्रमश: $\vec{a}$, $\vec{b}$ तथा $\vec{c}$ हैं ।

यदि $\vec{AC} = \frac{5}{4}\vec{AB}$ है, तो $\vec{c}$ को $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के पदों में व्यक्त कीजिए ।

अथवा

(ख) ज्ञात कीजिए कि क्या रेखाएँ जिनके समीकरण $x = 2\lambda + 2$, $y = 7\lambda + 1$, $z = -3\lambda - 3$ तथा $x = -\mu - 2$, $y = 2\mu + 8$, $z = 4\mu + 5$ हैं, परस्पर लंबवत हैं या नहीं ।

25. यदि $x = \sqrt{a^{\tan^{-1} t}}$, तथा $y = \sqrt{a^{\cot^{-1} t}}$ है, तो दर्शाइए कि $x\frac{dy}{dx} + y = 0$.

खण्ड ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं ।

26. (क) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x \, dx$$

अथवा

SECTION B

This section comprises very short answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. If the product of two positive numbers is 9, find the numbers so that the sum of their squares is minimum.

22. (a) A function $f : A \to B$ defined as $f(x) = 2x$ is both one-one and onto. If $A = \{1, 2, 3, 4\}$, then find the set B.

OR

(b) Evaluate :

$$\sin^{-1}\left(\sin \frac{3\pi}{4}\right) + \cos^{-1}\left(\cos \frac{3\pi}{4}\right) + \tan^{-1}(1)$$

23. Find all the vectors of magnitude $3\sqrt{3}$ which are collinear to vector $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$.

24. (a) Position vectors of the points A, B and C as shown in the figure below are $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{c}$ respectively.

If $\vec{AC} = \frac{5}{4}\vec{AB}$, express $\vec{c}$ in terms of $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

OR

(b) Check whether the lines given by equations $x = 2\lambda + 2$, $y = 7\lambda + 1$, $z = -3\lambda - 3$ and $x = -\mu - 2$, $y = 2\mu + 8$, $z = 4\mu + 5$ are perpendicular to each other or not.

25. If $x = \sqrt{a^{\tan^{-1} t}}$, $y = \sqrt{a^{\cot^{-1} t}}$, then show that $x\frac{dy}{dx} + y = 0$.

SECTION C

This section comprises short answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x \, dx$$

OR

(ख) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{1}{\cos(x-a)\ \cos(x-b)}\, dx$$

27. मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\log(\sin x) - \log(2\cos x)]\, dx$$

28. ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2}{(x^2+4)(x^2+9)} dx$$

29. (क) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x} = \sin\frac{1}{x}$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y) + \sin(x-y)$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए । दिया है कि $y = 0$ है जब $x = \frac{\pi}{4}$ है ।

30. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेख द्वारा हल कीजिए :

व्यवरोधों, $x + 2y \leq 12,$

$2x + y \leq 12,$

$x + 1{\cdot}25y \geq 5,$

$x, y \geq 0$

के अंतर्गत $z = 600x + 400y$ का अधिकतम मान ज्ञात किजिए ।

31. (क) किसी यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :

X	1	2	3
P(X)	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{6}$

(i) k का मान ज्ञात कीजिए ।

(ii) ज्ञात कीजिए : $P(1 \leq X < 3)$

(iii) X का माध्य E(X) ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) Find :

$$\int \frac{1}{\cos(x-a)\ \cos(x-b)}\ dx$$

27. Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [\log(\sin x) - \log(2\cos x)]\ dx$$

28. Find :

$$\int \frac{x^2}{(x^2+4)(x^2+9)} dx$$

29. (a) Find the general solution of the differential equation : $\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x} = \sin\frac{1}{x}$.

OR

(b) Find the particular solution of the differential equation : $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y) + \sin(x-y)$, given that when $x = \frac{\pi}{4}$, $y = 0$.

30. Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $z = 600x + 400y$

subject to the constraints :

$$x + 2y \le 12,$$
$$2x + y \le 12,$$
$$x + 1{\cdot}25y \ge 5,$$
$$x, y \ge 0$$

31. (a) The probability distribution of a random variable X is given below :

X	1	2	3
P(X)	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{6}$

(i) Find the value of k.

(ii) Find $P(1 \le X < 3)$.

(iii) Find E(X), the mean of X.

OR

(ख) A तथा B ऐसी स्वतंत्र घटनाएँ हैं कि $P(A \cap \overline{B}) = \frac{1}{4}$ तथा $P(\overline{A} \cap B) = \frac{1}{6}$ है । P(A) तथा P(B) ज्ञात कीजिए ।

खण्ड घ

इस खण्ड में दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं ।

32. (क) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो $(AB)^{-1}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) आव्यूह विधि द्वारा निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x - y + z = 2$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

33. (क) उस रेखा के सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु (1, 2, – 4) से होकर जाती है तथा बिन्दुओं A(3, 3, – 5) तथा B(1, 0, –11) को मिलाने वाली रेखा के समांतर है । अत: इन दो रेखाओं के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(ख) बिन्दुओं A(1, 2, 3) तथा B(3, 5, 9) से होकर जाने वाली रेखा के समीकरण ज्ञात कीजिए । अत: इस रेखा पर उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु B से 14 इकाई की दूरी पर हैं ।

34. समाकलन के प्रयोग से रेखाओं $y = 4x + 5$, $x + y = 5$ तथा $4y = x + 5$ के द्वारा घिरे हुए क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

35. एक संबंध R, वास्तविक संख्याओं के समुच्चय $\mathbb{R}$ पर इस प्रकार परिभाषित है कि $R = \{(x, y) : x \cdot y$ एक अपरिमेय संख्या है$\}$ । जाँच कीजिए कि क्या R, स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है या नहीं ।

(b) A and B are independent events such that $P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{4}$ and $P(\bar{A} \cap B) = \frac{1}{6}$. Find P(A) and P(B).

SECTION D

This section comprises long answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ and $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{bmatrix}$, find $(AB)^{-1}$.

OR

(b) Solve the following system of equations by matrix method :

$$x + 2y + 3z = 6$$

$$2x - y + z = 2$$

$$3x + 2y - 2z = 3$$

33. (a) Find the vector and the Cartesian equations of a line passing through the point (1, 2, – 4) and parallel to the line joining the points A(3, 3, – 5) and B(1, 0, – 11). Hence, find the distance between the two lines.

OR

(b) Find the equations of the line passing through the points A(1, 2, 3) and B(3, 5, 9). Hence, find the coordinates of the points on this line which are at a distance of 14 units from point B.

34. Find the area of the region bounded by the lines $y = 4x + 5$, $x + y = 5$ and $4y = x + 5$, using integration.

35. A relation R is defined on a set of real numbers $\mathbb{R}$ as

$$R = \{(x, y) : x \cdot y \text{ is an irrational number}\}.$$

Check whether R is reflexive, symmetric and transitive or not.

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं ।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. निम्न आकृति में दर्शाए गए टैंक, जो बेलन तथा शंकु को जोड़कर बने हैं, एक सीधे आधार वाले टैंक से पानी की अच्छी निकासी देते हैं ।

एक ऐसा टैंक, जिसका शंक्वाकार भाग पानी से भरा है, में एक नल लगाया गया तथा नल से $2 \text{ cm}^3/\text{s}$ की समान दर से पानी टपक रहा है । शंक्वाकार टैंक का अर्ध-शीर्ष कोण $45°$ है ।

उपर्युक्त सूचनाओं के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) टैंक में पानी के आयतन को त्रिज्या r के पदों में व्यक्त कीजिए । *1*

(ii) उस समय जब $r = 2\sqrt{2}$ cm है, त्रिज्या के बदलने की दर ज्ञात कीजिए । *1*

(iii) (क) उस समय जब $r = 2\sqrt{2}$ cm है, शंक्वाकार टैंक के गीले तल के घटने की दर ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(iii) (ख) जब तिर्यक ऊँचाई 4 cm है, उस समय ऊँचाई 'h' के बदलने की दर ज्ञात कीजिए । *2*

SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. A tank, as shown in the figure below, formed using a combination of a cylinder and a cone, offers better drainage as compared to a flat bottomed tank.

A tap is connected to such a tank whose conical part is full of water. Water is dripping out from a tap at the bottom at the uniform rate of 2 cm^3/s. The semi-vertical angle of the conical tank is 45°.

On the basis of given information, answer the following questions :

(i) Find the volume of water in the tank in terms of its radius r. *1*

(ii) Find rate of change of radius at an instant when $r = 2\sqrt{2}$ cm. *1*

(iii) (a) Find the rate at which the wet surface of the conical tank is decreasing at an instant when radius $r = 2\sqrt{2}$ cm. *2*

OR

(iii) (b) Find the rate of change of height 'h' at an instant when slant height is 4 cm. *2*

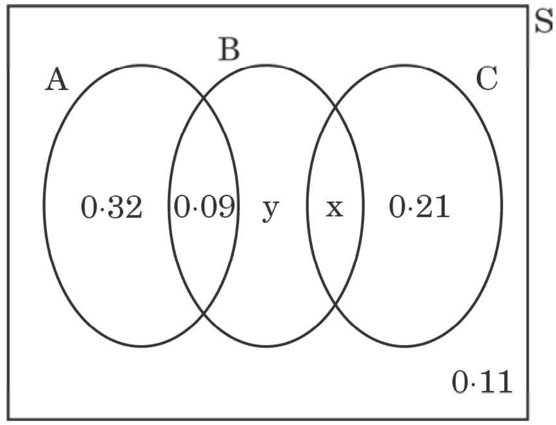
प्रकरण अध्ययन – 2

37. योग के कई प्रकार हैं जिनमें योग के विभिन्न प्रकार के आसन, मनन-प्रार्थना, प्राणायाम इत्यादि हैं जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है ।

Case Study – 2

37. There are different types of Yoga which involve the usage of different poses of Yoga Asanas, Meditation and Pranayam as shown in the figure below :

नीचे दी गई वेन-आकृति में, एक सोसाइटी के लोगों द्वारा किए गए तीन विभिन्न प्रकार के योग A, B तथा C की प्रायिकताओं को दर्शाया गया है । यह भी दिया गया है कि एक सदस्य द्वारा C प्रकार के योग करने की प्रायिकता 0·44 है ।



उपर्युक्त सूचनाओं के आधार पर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) x का मान ज्ञात कीजिए । *1*

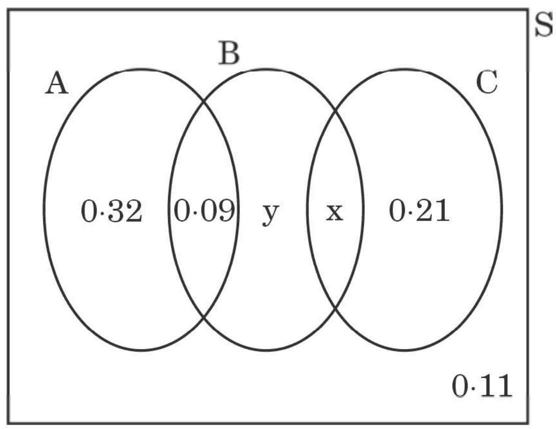
(ii) y का मान ज्ञात कीजिए । *1*

(iii) (क) $P\left(\frac{C}{B}\right)$ ज्ञात कीजिए । *2*

अथवा

(iii) (ख) प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि सोसाइटी का एक यादृच्छया चुना गया सदस्य A या B प्रकार का योग करता है परन्तु C प्रकार का नहीं । *2*

The Venn diagram below represents the probabilities of three different types of Yoga, A, B and C performed by the people of a society. Further, it is given that probability of a member performing type C Yoga is 0·44.



On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Find the value of x. *1*

(ii) Find the value of y. *1*

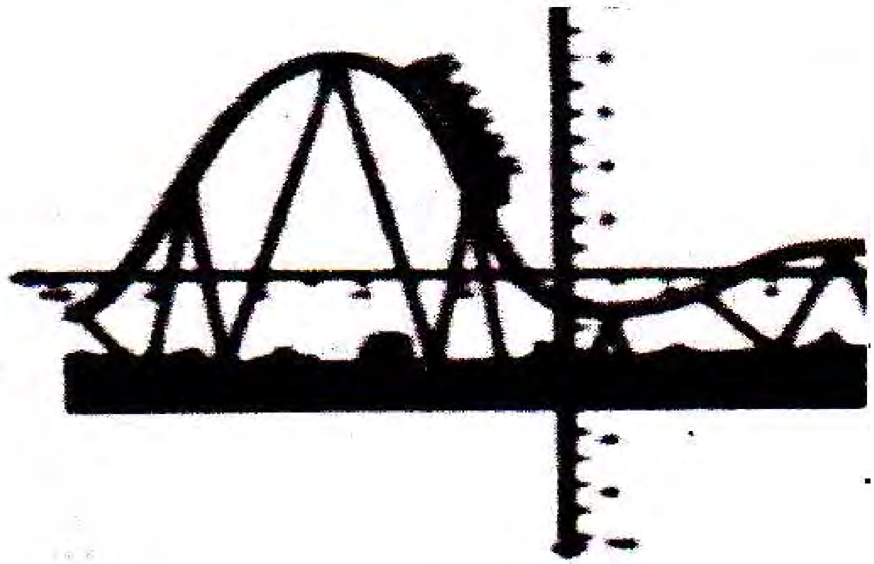
(iii) (a) Find $P\left(\frac{C}{B}\right)$. *2*

OR

(iii) (b) Find the probability that a randomly selected person of the society does Yoga of type A or B but not C. *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक रोलर-कोस्टर द्वारा तय किया गया पथ बहुपद $f(x) = a(x + 9)(x + 1)(x - 3)$ द्वारा प्रदत्त है । यदि यह रोलर-कोस्टर y-अक्ष को बिंदु $(0, -1)$ पर मिलता है, तो निम्न के उत्तर दीजिए :

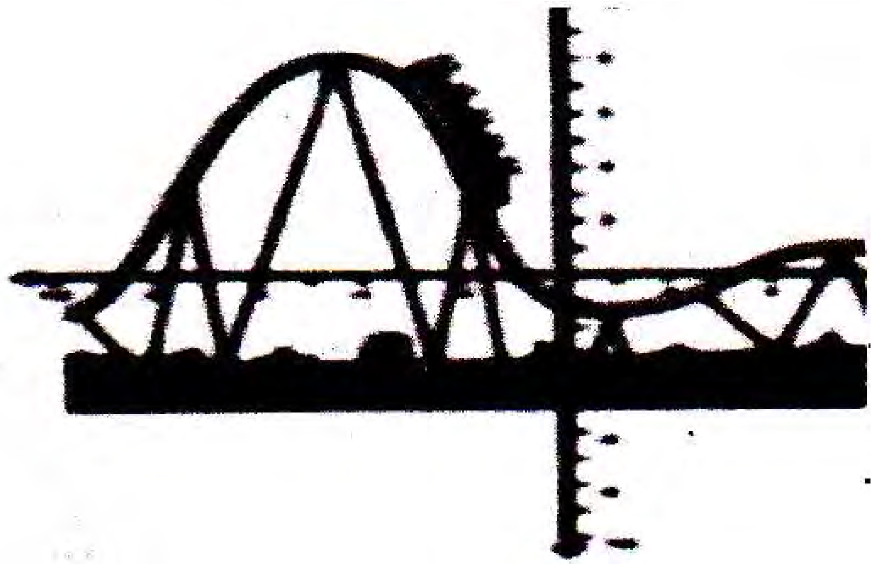


(i) 'a' का मान ज्ञात कीजिए । *2*

(ii) $x = 1$ पर $f''(x)$ ज्ञात कीजिए । *2*

Case Study – 3

38. The equation of the path traced by a roller-coaster is given by the polynomial $f(x) = a(x + 9)(x + 1)(x - 3)$. If the roller-coaster crosses y-axis at a point $(0, -1)$, answer the following :



(i) Find the value of 'a'. *2*

(ii) Find $f''(x)$ at $x = 1$. *2*

Series : ABCD3/1

SET – 1

प्रश्न–पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/1**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र कोड को उत्तर–पुस्तिका के मुख–पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न–पत्र में मुद्रित पृष्ठ 8 हैं ।
- प्रश्न–पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न–पत्र कोड को छात्र उत्तर–पुस्तिका के मुख–पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न–पत्र में 14 प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर–पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न–पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न–पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न–पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर–पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।

- Please check that this question paper contains **8** printed pages.
- Q.P. Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **14** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.**
- 15 minutes time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

*

गणित

MATHEMATICS

*निर्धारित समय : **2** घण्टे* — *अधिकतम अंक : **40***

*Time allowed : **2** hours* — *Maximum Marks : **40***

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को सावधानीपूर्वक पढ़ें और उनका अनुपालन करें ।

(i) *इस प्रश्न-पत्र के **तीन** खंड हैं – खंड **क, ख** तथा **ग** ।*

(ii) ***प्रत्येक*** *खंड* ***अनिवार्य*** *है ।*

(iii) ***खंड–क*** *में* ***6*** *लघु उत्तर–**I** प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के* ***2*** *अंक हैं ।*

(iv) ***खंड–ख*** *में* ***4*** *लघु उत्तर–**II** प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के* ***3*** *अंक हैं ।*

(v) ***खंड–ग*** *में* ***4*** *दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के* ***4*** *अंक हैं ।*

(vi) *कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गये हैं ।*

(vii) *प्रश्न* ***14*** *एक प्रकरण अध्ययन प्रश्न है जिसमें दो भाग हैं, जिनमें प्रत्येक के* ***2*** *अंक हैं ।*

खंड – क

प्रश्न संख्या **1** से **6** तक प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं ।

1. अवकल समीकरण : $\left(x+\frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1$ की कोटि और घात का योगफल ज्ञात कीजिए । **2**

2. एक समांतर चतुर्भुज PQRS में $\overrightarrow{PQ} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ और $\overrightarrow{PS} = -\hat{i} - 2\hat{k}$. $|\overrightarrow{PR}|$ और $|\overrightarrow{QS}|$ ज्ञात कीजिए । **2**

3. (a) यदि $\frac{d}{dx}[F(x)] = \frac{\sec^4 x}{\operatorname{cosec}^4 x}$ और $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$ हो, तो $F(x)$ ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\log x - 3}{(\log x)^4}\, dx.$

4. माना A और B दो ऐसी घटनाएँ हैं जिनके लिए $P(A) = \frac{5}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ तथा $P(A/B) = \frac{3}{4}$ है । P(B/A) का मान ज्ञात कीजिए । **2**

5. एक थैले, जिसमें 2 लाल गेंद और 3 नीली गेंदें हैं, में से यादृच्छया दो गेंदें बिना प्रतिस्थापना के निकाली जाती हैं । माना चर X लाल गेंदों की संख्या दर्शाता है । X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । **2**

6. λ के वे मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए बिन्दु $(2, 1, \lambda)$ की समतल $3x + 5y + 4z = 11$ से दूरी $2\sqrt{2}$ इकाई है । **2**

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *The question paper contains* ***three*** *Sections – Section* ***A, B*** *and* ***C.***

(ii) ***Each*** *Section is* ***Compulsory.***

(iii) ***Section – A*** *has* ***6*** *short answer type-****I*** *questions of* ***2*** *marks each.*

(iv) ***Section – B*** *has* ***4*** *short answer type-****II*** *questions of* ***3*** *marks each.*

(v) ***Section – C*** *has* ***4*** *long answer type questions of* ***4*** *marks each.*

(vi) *There is an internal choice in some questions.*

(vii) *Question No.* ***14*** *is a case based problem with 2 subparts of* ***2*** *marks each.*

SECTION – A

Question numbers **1** to **6** carry **2** marks each.

1. Find the sum of the order and the degree of the differential equation :

$$\left(x+\frac{dy}{dx}\right)^2=\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+1$$ **2**

2. In a parallelogram PQRS, $\overrightarrow{PQ} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\overrightarrow{PS} = -\hat{i} - 2\hat{k}$. Find $|\overrightarrow{PR}|$ and $|\overrightarrow{QS}|$. **2**

3. (a) If $\frac{d}{dx}[F(x)] = \frac{\sec^4 x}{\text{cosec}^4 x}$ and $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}$, then find F(*x*). **2**

OR

(b) Find : $\int \frac{\log x - 3}{(\log x)^4}\, dx$.

4. Let A and B be two events such that $P(A) = \frac{5}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ and $P(A/B) = \frac{3}{4}$. Find the value of P(B/A). **2**

5. Two balls are drawn at random from a bag containing 2 red balls and 3 blue balls, without replacement. Let the variable X denotes the number of red balls. Find the probability distribution of X. **2**

6. Find the values of λ, for which the distance of point (2, 1, λ) from plane $3x + 5y + 4z = 11$ is $2\sqrt{2}$ units. **2**

खंड – ख

प्रश्न संख्या **7** से **10** तक प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं।

7. (a) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ और $\vec{d}$ ऐसे चार शून्येतर सदिश हैं जिनके लिए $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ और $\vec{a} \times \vec{c} = 4\vec{b} \times \vec{d}$ है, तो दर्शाइए कि सदिश $(\vec{a} - 2\vec{d})$ और $(2\vec{b} - \vec{c})$ परस्पर समांतर हैं, जहाँ $\vec{a} \neq 2\vec{d}, \vec{c} \neq 2\vec{b}$ हैं। **3**

अथवा

(b) एक समांतर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाएँ $2\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$ एवं $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं। इस चतुर्भुज के विकर्णों के समांतर मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। विकर्ण-सदिशों का प्रयोग करके, समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

8. उस समतल का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो समतलों $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 7$ तथा $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) = 9$ की प्रतिच्छेदन रेखा तथा बिंदु (2, 1, 3) से होकर जाता है। **3**

9. (a) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$. **3**

अथवा

(b) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{(1 + \sin x)(4 + \sin x)} dx.$

10. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} + x\cos^2\left(\frac{y}{x}\right) = y$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है $y = \frac{\pi}{4}$ जब $x = 1$। **3**

खंड – ग

प्रश्न संख्या **11** से **14** तक प्रत्येक के **4** अंक हैं।

11. (a) समाकलन के प्रयोग से, क्षेत्र $\{(x, y) : 4x^2 + 9y^2 \leq 36, 2x + 3y \geq 6\}$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। **4**

अथवा

(b) समाकलन के प्रयोग से, रेखाओं $x - y + 1 = 0$, $x = -2$, $x = 3$ और x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

SECTION – B

Question numbers **7** to **10** carry **3** marks each.

7. (a) If $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ and $\vec{d}$ are four non-zero vectors such that $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ and $\vec{a} \times \vec{c} = 4\vec{b} \times \vec{d}$, then show that $(\vec{a} - 2\vec{d})$ is parallel to $(2\vec{b} - \vec{c})$ where $\vec{a} \neq 2\vec{d}$, $\vec{c} \neq 2\vec{b}$. **3**

OR

(b) The two adjacent sides of a parallelogram are represented by $2\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. Find the unit vectors parallel to its diagonals. Using the diagonal vectors, find the area of the parallelogram also.

8. Find the vector equation of the plane passing through the intersection of the planes $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 7$ and $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}) = 9$ and through the point (2, 1, 3). **3**

9. (a) Find : $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$. **3**

OR

(b) Evaluate : $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{(1 + \sin x)(4 + \sin x)}\, dx$.

10. Find the particular solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx} + x\cos^2\left(\frac{y}{x}\right) = y$; given that when $x = 1$, $y = \frac{\pi}{4}$. **3**

SECTION – C

Question numbers **11** to **14** carry **4** marks each.

11. (a) Using integration, find the area of the region $\{(x, y) : 4x^2 + 9y^2 \leq 36, 2x + 3y \geq 6\}$. **4**

OR

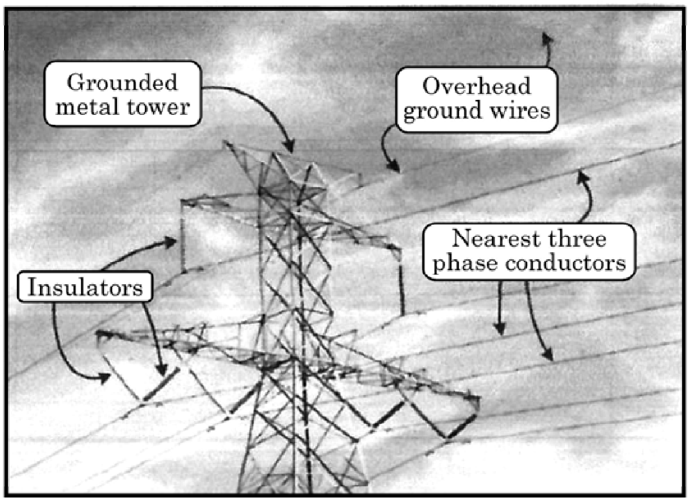
(b) Using integration, find the area of the region bounded by lines $x - y + 1 = 0$, $x = -2$, $x = 3$ and x-axis.

12. ताश के 52 पत्तों की एक गड्डी से एक पत्ता कहीं खो जाता है । बाकी पत्तों से, बिना प्रतिस्थापना के दो पत्ते यादृच्छया निकाले जाते हैं और दोनों ही इक्के पाए जाते हैं । खो गये पत्ते के इक्का का पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । **4**

13. मान ज्ञात कीजिए : $\int_{0}^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x} \, dx.$ **4**

प्रकरण अध्ययन/आँकड़ा आधारित प्रश्न

14. विद्युत पारेषण तार जो सर्दियों में बिछाए जाते हैं, उन्हें गर्मियों में विस्तार को समायोजित करने के लिए कसकर फैलाया जाता है ।



दो ऐसी तारे, निम्न रेखाओं के समांतर डाली गई हैं :

$l_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-1}$

$l_2 : \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+7}{-2}$

उपरोक्त सूचना पर आधारित होकर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) क्या रेखाएँ l_1 और l_2 सहतलीय हैं ? अपने उत्तर का औचित्य साबित कीजिए । **2**

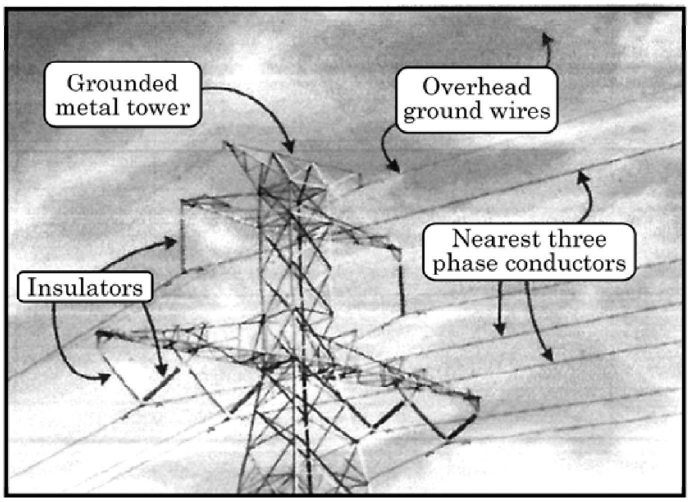
(ii) रेखाओं l_1 तथा l_2 का प्रतिच्छेदन बिंदु ज्ञात कीजिए । **2**

12. A card from a pack of 52 playing cards is lost. From the remaining cards, 2 cards are drawn at random without replacement, and are found to be both aces. Find the probability that lost card being an ace. **4**

13. Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x} dx$. **4**

CASE BASED / DATA BASED QUESTION

14. Electrical transmission wires which are laid down in winters are stretched tightly to accommodate expansion in summers.



Two such wires lie along the following lines :

$l_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-1}$

$l_2 : \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+7}{-2}$

Based on the given information, answer the following questions :

(i) Are the lines l_1 and l_2 coplanar ? Justify your answer. **2**

(ii) Find the point of intersection of the lines l_1 and l_2. **2**

Series : ABCD3/1

SET – 2

प्रश्न–पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/2**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न–पत्र कोड को उत्तर–पुस्तिका के मुख–पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न–पत्र में मुद्रित पृष्ठ 8 हैं ।
- प्रश्न–पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न–पत्र कोड को छात्र उत्तर–पुस्तिका के मुख–पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न–पत्र में **14** प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर–पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न–पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न–पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न–पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर–पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।

- Please check that this question paper contains **8** printed pages.
- Q.P. Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **14** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.**
- 15 minutes time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidate will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

MATHEMATICS

*निर्धारित समय : **2** घण्टे* | *अधिकतम अंक : **40***

*Time allowed : **2** hours* | *Maximum Marks : **40***

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को सावधानीपूर्वक पढ़ें और उनका अनुपालन करें ।

*(i) इस प्रश्न-पत्र के **तीन** खंड हैं – खंड **क, ख** तथा **ग** ।*

*(ii) **प्रत्येक** खंड **अनिवार्य** है ।*

*(iii) **खंड–क** में **6** लघु उत्तर–**I** प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं ।*

*(iv) **खंड–ख** में **4** लघु उत्तर–**II** प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **3** अंक हैं ।*

*(v) **खंड–ग** में **4** दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **4** अंक हैं ।*

(vi) कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गये हैं ।

*(vii) प्रश्न **14** एक प्रकरण अध्ययन प्रश्न है जिसमें दो भाग हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं ।*

*

खंड – क

प्रश्न संख्या **1** से **6** तक प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं ।

1. (a) यदि $\frac{d}{dx}[F(x)] = \frac{\sec^4 x}{\operatorname{cosec}^4 x}$ और $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$ हो, तो $F(x)$ ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\log x - 3}{(\log x)^4} dx$.

2. माना A और B दो ऐसी घटनाएँ हैं जिनके लिए $P(A) = \frac{5}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ तथा $P(A/B) = \frac{3}{4}$ है । $P(B/A)$ का मान ज्ञात कीजिए । **2**

3. एक थैले, जिसमें 2 लाल गेंद और 3 नीली गेंदें हैं, में से यादृच्छया दो गेंदें बिना प्रतिस्थापना के निकाली जाती हैं । माना चर X लाल गेंदों की संख्या दर्शाता है । X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । **2**

4. λ के वे मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए बिन्दु $(2, 1, \lambda)$ की, समतल $3x + 5y + 4z = 11$ से दूरी $2\sqrt{2}$ इकाई है । **2**

5. अवकल समीकरण : **2**

$\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = x - y$ को हल कीजिए ।

6. एक समांतर चतुर्भुज PQRS में $\overrightarrow{PQ} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ और $\overrightarrow{PS} = -\hat{i} - 2\hat{k}$. $|\overrightarrow{PR}|$ और $|\overrightarrow{QS}|$ ज्ञात कीजिए । **2**

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

- *(i)* *The question paper contains* ***three*** *Sections – Section* ***A, B*** *and* ***C****.*
- *(ii)* ***Each*** *Section is* ***Compulsory****.*
- *(iii)* ***Section – A*** *has* ***6*** *short answer type-****I*** *questions of* ***2*** *marks each.*
- *(iv)* ***Section – B*** *has* ***4*** *short answer type-****II*** *questions of* ***3*** *marks each.*
- *(v)* ***Section – C*** *has* ***4*** *long answer type questions of* ***4*** *marks each.*
- *(vi)* *There is an internal choice in some questions.*
- *(vii)* *Question No.* ***14*** *is a case based problem with 2 subparts of* ***2*** *marks each.*

SECTION – A

Question numbers **1** to **6** carry **2** marks each.

1. (a) If $\frac{d}{dx}[F(x)] = \frac{\sec^4 x}{\operatorname{cosec}^4 x}$ and $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$, then find F($x$). **2**

OR

(b) Find : $\int \frac{\log x - 3}{(\log x)^4}\, dx$.

2. Let A and B be two events such that $P(A) = \frac{5}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ and $P(A/B) = \frac{3}{4}$. Find the value of P(B/A). **2**

3. Two balls are drawn at random from a bag containing 2 red balls and 3 blue balls, without replacement. Let the variable X denotes the number of red balls. Find the probability distribution of X. **2**

4. Find the values of λ, for which the distance of point (2, 1, λ) from plane $3x + 5y + 4z = 11$ is $2\sqrt{2}$ units. **2**

5. Solve the differential equation : **2**

$$\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = x - y.$$

6. In a parallelogram PQRS, $\overrightarrow{PQ} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\overrightarrow{PS} = -\hat{i} - 2\hat{k}$. Find $|\overrightarrow{PR}|$ and $|\overrightarrow{QS}|$. **2**

खंड – ख

प्रश्न संख्या **7** से **10** तक प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं ।

7. अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx} + x\cos^2\left(\frac{y}{x}\right) = y$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है $y = \frac{\pi}{4}$ जब $x = 1$ । **3**

8. (a) यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ और $\vec{d}$ ऐसे चार शून्येतर सदिश हैं जिनके लिए $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ और $\vec{a} \times \vec{c} = 4\vec{b} \times \vec{d}$ है, तो दर्शाइए कि सदिश $(\vec{a} - 2\vec{d})$ और $(2\vec{b} - \vec{c})$ परस्पर समांतर हैं, जहाँ $\vec{a} \neq 2\vec{d}, \vec{c} \neq 2\vec{b}$ हैं। **3**

अथवा

(b) एक समांतर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाएँ $2\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$ एवं $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं । इस चतुर्भुज के विकर्णों के समांतर मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए । विकर्ण–सदिशों का प्रयोग करके, समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए ।

9. (a) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^3 + x}{x^4 - 9}\, dx$ **3**

अथवा

(b) गुणधर्मों के प्रयोग से, मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-\pi}^{\pi} (3\sin x - 2)^2\, dx.$$

10. रेखा $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ के उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1, 3, 3) से 5 इकाई की दूरी पर है । **3**

खंड – ग

प्रश्न संख्या **11** से **14** तक प्रत्येक के **4** अंक हैं ।

11. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x}\, dx.$ **4**

SECTION – B

Question numbers **7** to **10** carry **3** marks each.

7. Find the particular solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx} + x\cos^2\left(\frac{y}{x}\right) = y$; given that when $x = 1$, $y = \frac{\pi}{4}$. **3**

8. (a) If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ and $\vec{d}$ are four non-zero vectors such that $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ and $\vec{a} \times \vec{c} = 4\vec{b} \times \vec{d}$, then show that $(\vec{a} - 2\vec{d})$ is parallel to $(2\vec{b} - \vec{c})$ where $\vec{a} \neq 2\vec{d}$, $\vec{c} \neq 2\vec{b}$. **3**

OR

(b) The two adjacent sides of a parallelogram are represented by $2\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. Find the unit vectors parallel to its diagonals. Using the diagonal vectors, find the area of the parallelogram also.

9. (a) Find : $\int \frac{x^3 + x}{x^4 - 9}\, dx$. **3**

OR

(b) Evaluate, using properties :

$$\int_{-\pi}^{\pi} (3\sin x - 2)^2\, dx.$$

10. Find the co-ordinates of the point on the line $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$ which is at a distance of 5 units from the point (1, 3, 3). **3**

SECTION – C

Question numbers **11** to **14** carry **4** marks each.

11. Evaluate : $\int_{0}^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x}\, dx$. **4**

12. एक व्यक्ति के बारे में ज्ञात है कि वह 10 में से 7 बार सत्य बोलता है । वह दो पासों के युग्म को उछालता है और कहता है कि उसे द्विक (doublet) प्राप्त हुआ है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उसे वास्तव में द्विक ही प्राप्त हुआ है । **4**

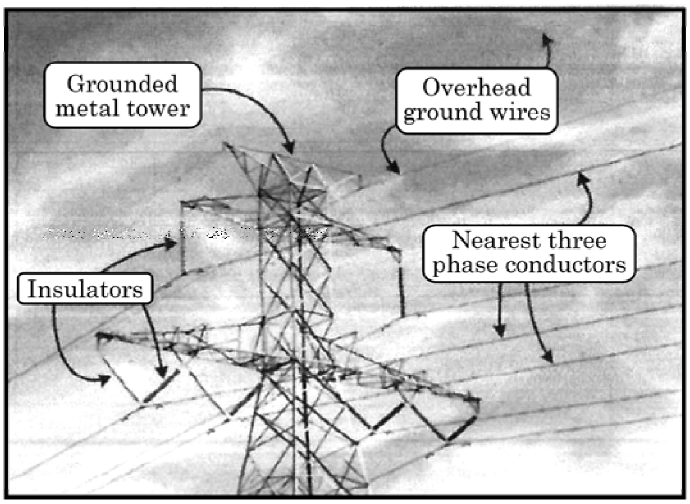
13. (a) समाकलन के प्रयोग से, क्षेत्र $\{(x, y) : 4x^2 + 9y^2 \leq 36,\ 2x + 3y \geq 6\}$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । **4**

अथवा

(b) समाकलन के प्रयोग से, रेखाओं $x - y + 1 = 0$, $x = -2$, $x = 3$ और x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

प्रकरण अध्ययन/आँकड़ा आधारित प्रश्न

14. विद्युत पारेषण तार जो सर्दियों में बिछाए जाते हैं, उन्हें गर्मियों में विस्तार को समायोजित करने के लिए कसकर फैलाया जाता है ।



दो ऐसी तारे, निम्न रेखाओं के समांतर डाली गई हैं :

$$l_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-1}$$

$$l_2 : \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+7}{-2}$$

उपरोक्त सूचना पर आधारित होकर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) क्या रेखाएँ l_1 और l_2 सहतलीय हैं ? अपने उत्तर का औचित्य साबित कीजिए । **2**

(ii) रेखाओं l_1 तथा l_2 का प्रतिच्छेदन बिंदु ज्ञात कीजिए । **2**

12. A man is known to speak truth 7 out of 10 times. He threw a pair of dice and reports that doublet appeared. Find the probability that it was actually a doublet. **4**

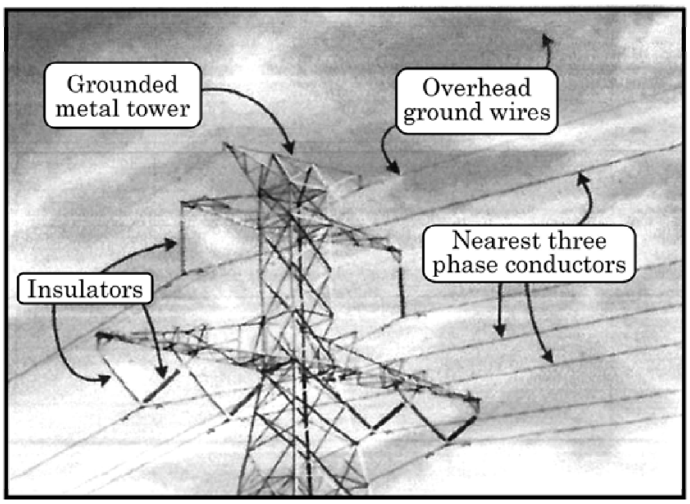
13. (a) Using integration, find the area of the region $\{(x, y) : 4x^2 + 9y^2 \leq 36, 2x + 3y \geq 6\}$. **4**

OR

(b) Using integration, find the area of the region bounded by lines $x - y + 1 = 0$, $x = -2$, $x = 3$ and x-axis.

CASE BASED / DATA BASED QUESTION

14. Electrical transmission wires which are laid down in winters are stretched tightly to accommodate expansion in summers.



Two such wires lie along the following lines :

$$l_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-1}$$

$$l_2 : \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+7}{-2}$$

Based on the given information, answer the following questions :

(i) Are the lines l_1 and l_2 coplanar ? Justify your answer. **2**

(ii) Find the point of intersection of the lines l_1 and l_2. **2**

Series : ABCD3/1 **SET – 3**

प्रश्न-पत्र कोड
Q. P. Code **65/1/3**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **8** हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **14** प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।

- Please check that this question paper contains **8** printed pages.
- Q.P. Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **14** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question in the answer-book before attempting it.**
- 15 minutes time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. *

गणित

MATHEMATICS

*निर्धारित समय : **2** घण्टे* *अधिकतम अंक : **40***

*Time allowed : **2** hours* *Maximum Marks : **40***

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को सावधानीपूर्वक पढ़ें और उनका अनुपालन करें ।

(i) *इस प्रश्न-पत्र के **तीन** खंड हैं – खंड **क, ख** तथा **ग** ।*

(ii) ***प्रत्येक** खंड **अनिवार्य** है ।*

(iii) ***खंड–क** में **6** लघु उत्तर–**I** प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं ।*

(iv) ***खंड–ख** में **4** लघुउत्तर–**II** प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **3** अंक हैं ।*

(v) ***खंड–ग** में **4** दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **4** अंक हैं ।*

(vi) *कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गये हैं ।*

(vii) *प्रश्न **14** एक प्रकरण अध्ययन प्रश्न है जिसमें दो भाग हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं ।*

*

खंड – क

प्रश्न संख्या **1** से **6** तक प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं ।

1. माना A और B दो ऐसी घटनाएँ हैं जिनके लिए $P(A) = \frac{5}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ तथा $P(A/B) = \frac{3}{4}$ है । P(B/A) का मान ज्ञात कीजिए । **2**

2. एक थैले, जिसमें 2 लाल गेंद और 3 नीली गेंदें हैं, में से यादृच्छया दो गेंदें बिना प्रतिस्थापना के निकाली जाती हैं । माना चर X लाल गेंदों की संख्या दर्शाता है । X का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । **2**

3. अवकल समीकरण : $\left(x+\frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1$ की कोटि और घात का योगफल ज्ञात कीजिए । **2**

4. (a) यदि $\frac{d}{dx}[F(x)] = \frac{\sec^4 x}{\operatorname{cosec}^4 x}$ और $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$ हो, तो $F(x)$ ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\log x - 3}{(\log x)^4}\,dx$.

5. λ के वे मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए बिन्दु $(2, 1, \lambda)$ की समतल $3x + 5y + 4z = 11$ से दूरी $2\sqrt{2}$ इकाई है । **2**

6. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + y\hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ दो ऐसे सदिश हो जिनके लिए सदिश $(\vec{a} + \vec{b})$, सदिश $(\vec{a} - \vec{b})$ के लम्बवत् है, तो y के सभी संभावित मानों को ज्ञात कीजिए । **2**

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *The question paper contains **three** Sections – Section **A**, **B** and **C**.*

(ii) ***Each** Section is **Compulsory**.*

(iii) ***Section – A** has **6** short answer type-**I** questions of **2** marks each.*

(iv) ***Section – B** has **4** short answer type-**II** questions of **3** marks each.*

(v) ***Section – C** has **4** long answer type questions of **4** marks each.*

(vi) *There is an internal choice in some questions.*

(vii) *Question No. **14** is a case based problem with 2 subparts of **2** marks each.*

SECTION – A

Question numbers **1** to **6** carry **2** marks each.

1. Let A and B be two events such that $P(A) = \frac{5}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ and $P(A/B) = \frac{3}{4}$. Find the value of P(B/A). **2**

2. Two balls are drawn at random from a bag containing 2 red balls and 3 blue balls, without replacement. Let the variable X denotes the number of red balls. Find the probability distribution of X. **2**

3. Find the sum of the order and the degree of the differential equation :

$$\left(x + \frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1$$ **2**

4. (a) If $\frac{d}{dx}[F(x)] = \frac{\sec^4 x}{\operatorname{cosec}^4 x}$ and $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$, then find F(x). **2**

OR

(b) Find : $\int \frac{\log x - 3}{(\log x)^4}\, dx$.

5. Find the values of λ, for which the distance of point (2, 1, λ) from plane $3x + 5y + 4z = 11$ is $2\sqrt{2}$ units. **2**

6. If $\vec{a} = 2\hat{i} + y\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ are two vectors for which the vector $(\vec{a} + \vec{b})$ is perpendicular to the vector $(\vec{a} - \vec{b})$, then find all the possible values of y. **2**

खंड – ख

प्रश्न संख्या **7** से **10** तक प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं।

7. (a) ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$. **3**

अथवा

(b) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{(1+\sin x)(4+\sin x)} dx.$

8. बिन्दुओं $\left(\frac{7}{2}, 0, 0\right)$, (0, 7, 0) और (0, 0, 7) से गुज़रने वाले समतल को रेखा $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{6}$ जिस बिन्दु पर काटती है, उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। **3**

9. अवकल समीकरण : $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+y^2}{xy}$ को हल कीजिए। **3**

10. (a) यदि $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ और $\vec{d}$ ऐसे चार शून्येतर सदिश हैं जिनके लिए $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ और $\vec{a} \times \vec{c} = 4\vec{b} \times \vec{d}$ है, तो दर्शाइए कि सदिश $(\vec{a} - 2\vec{d})$ और $(2\vec{b} - \vec{c})$ परस्पर समांतर हैं, जहाँ $\vec{a} \neq 2\vec{d}$, $\vec{c} \neq 2\vec{b}$ हैं। **3**

अथवा

(b) एक समांतर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाएँ $2\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$ एवं $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ द्वारा निरूपित हैं। इस चतुर्भुज के विकर्णों के समांतर मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। विकर्ण-सदिशों का प्रयोग करके, समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए।

खंड – ग

प्रश्न संख्या **11** से **14** तक प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं।

11. ताश के 52 पत्तों की एक गड्डी से एक पत्ता कहीं खो जाता है। बाकी पत्तों से, बिना प्रतिस्थापना के दो पत्ते यादृच्छया निकाले जाते हैं और दोनों ही इक्के पाए जाते हैं। खो गये पत्ते के इक्का का पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। **4**

SECTION – B

Question numbers **7** to **10** carry **3** marks each.

7. (a) Find : $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$. **3**

OR

(b) Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{(1 + \sin x)(4 + \sin x)} dx$.

8. Find the co-ordinates of point where the line $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+5}{6}$ crosses the plane passing through points $\left(\frac{7}{2}, 0, 0\right)$, (0, 7, 0) and (0, 0, 7). **3**

9. Solve the differential equation : $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{xy}$. **3**

10. (a) If $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ and $\vec{d}$ are four non-zero vectors such that $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ and $\vec{a} \times \vec{c} = 4\vec{b} \times \vec{d}$, then show that $(\vec{a} - 2\vec{d})$ is parallel to $(2\vec{b} - \vec{c})$ where $\vec{a} \neq 2\vec{d}$, $\vec{c} \neq 2\vec{b}$. **3**

OR

(b) The two adjacent sides of a parallelogram are represented by $2\hat{i} - 4\hat{j} - 5\hat{k}$ and $2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$. Find the unit vectors parallel to its diagonals. Using the diagonal vectors, find the area of the parallelogram also.

SECTION – C

Question numbers **11** to **14** carry **4** marks each.

11. A card from a pack of 52 playing cards is lost. From the remaining cards, 2 cards are drawn at random without replacement, and are found to be both aces. Find the probability that lost card being an ace. **4**

12. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x}\, dx.$ **4**

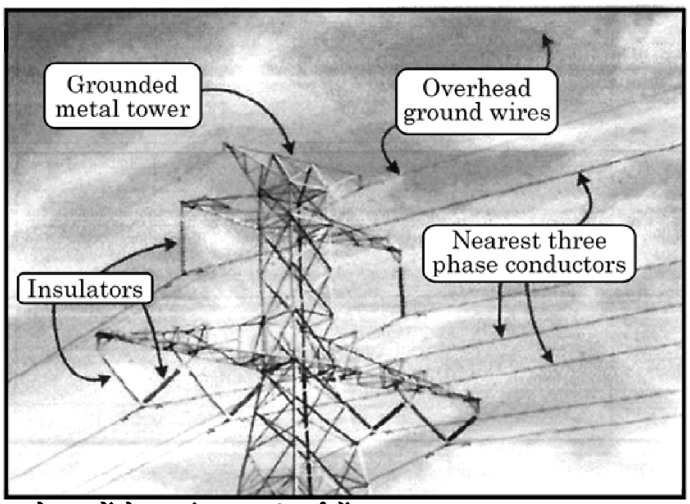
13. समाकलन के प्रयोग से, वक्र $y = x^2$, x-अक्ष तथा कोटियों $x = -2$ तथा $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । **4**

अथवा

समाकलन के प्रयोग से, प्रथम चतुर्थांश में अर्ध-वृत्त $y = \sqrt{4 - x^2}$, रेखा $y = \sqrt{3}x$ एवं x-अक्ष द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

प्रकरण अध्ययन/आँकड़ा आधारित प्रश्न

14. विद्युत पारेषण तार जो सर्दियों में बिछाए जाते हैं, उन्हें गर्मियों में विस्तार को समायोजित करने के लिए कसकर फैलाया जाता है ।



दो ऐसी तारे, निम्न रेखाओं के समांतर डाली गई हैं :

$l_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-1}$

$l_2 : \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+7}{-2}$

उपरोक्त सूचना पर आधारित होकर, निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) क्या रेखाएँ l_1 और l_2 सहतलीय हैं ? अपने उत्तर का औचित्य साबित कीजिए । **2**

(ii) रेखाओं l_1 तथा l_2 का प्रतिच्छेदन बिंदु ज्ञात कीजिए । **2**

12. Evaluate : $\int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x} dx$. **4**

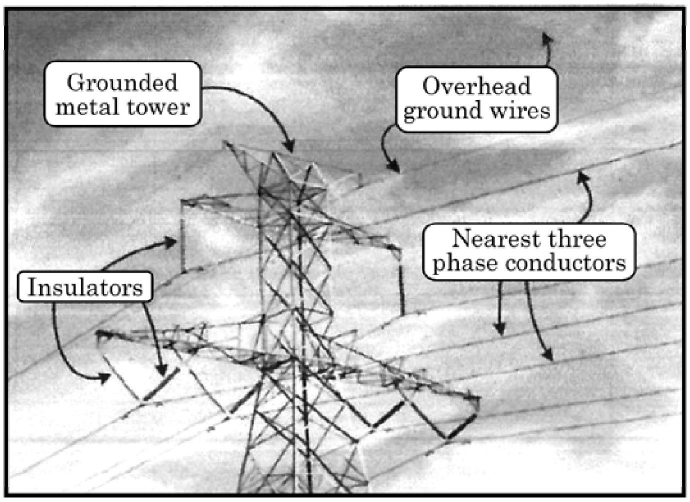
13. Using integration, find the area of the region enclosed by the curve $y = x^2$, the x-axis and the ordinates $x = -2$ and $x = 1$. **4**

OR

Using integration, find the area of the region enclosed by line $y = \sqrt{3}x$, semi-circle $y = \sqrt{4 - x^2}$ and x-axis in first quadrant.

CASE BASED / DATA BASED QUESTION

14. Electrical transmission wires which are laid down in winters are stretched tightly to accommodate expansion in summers.



Two such wires lie along the following lines :

$l_1 : \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-1}$

$l_2 : \frac{x}{-1} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+7}{-2}$

Based on the given information, answer the following questions :

(i) Are the lines l_1 and l_2 coplanar ? Justify your answer. **2**

(ii) Find the point of intersection of the lines l_1 and l_2. **2**