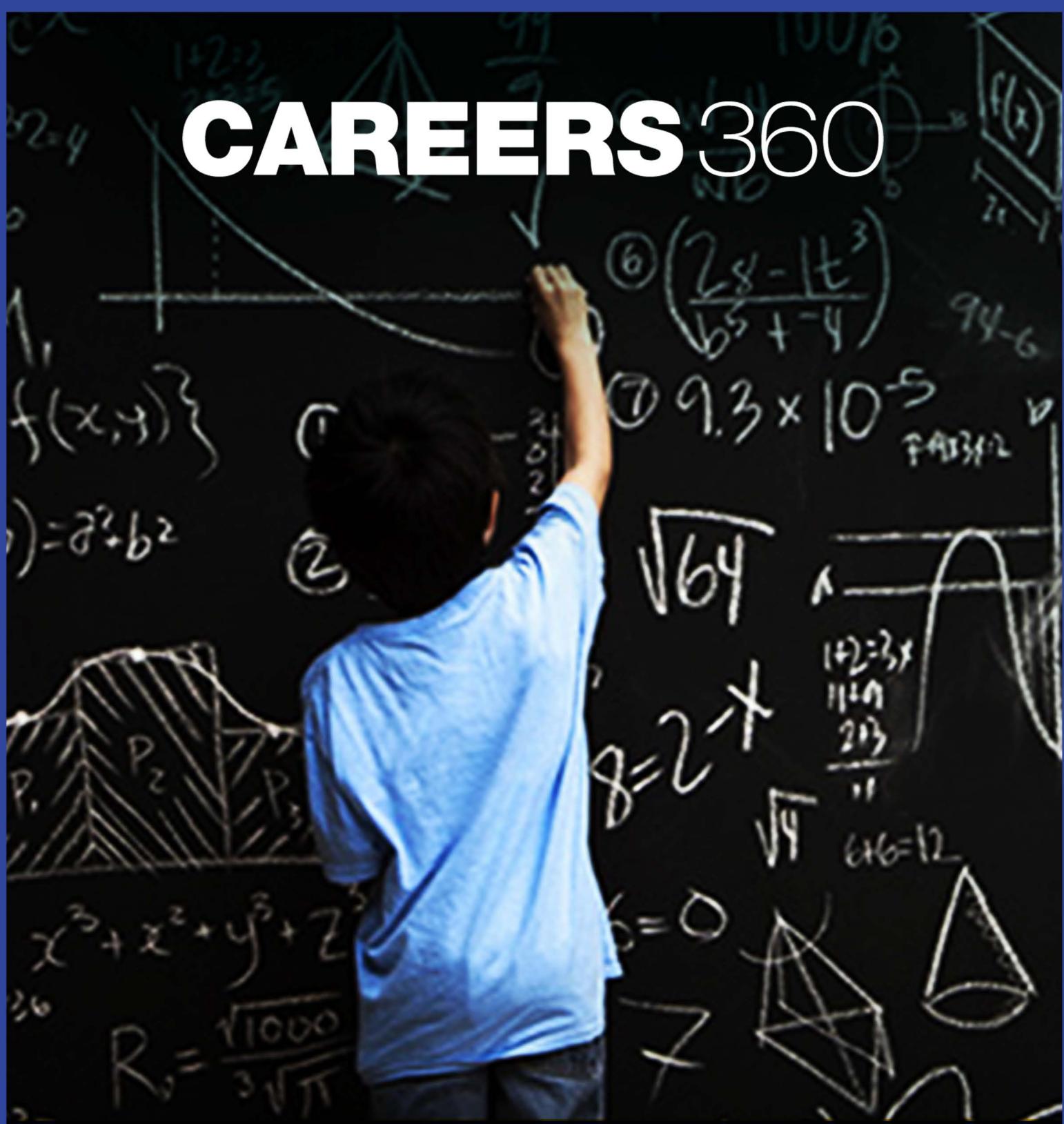


# CAREERS 360



## AHSEC HS Maths Question Paper 2022

## 32T MATH

Give an example of a matrix which is not a square matrix. (a)

## MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : Three hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions.*

Q. No. 1 (a-j) carries 1 mark each

 $1 \times 10 = 10$ 

Q. Nos. 2-13 carry 4 marks each

 $4 \times 12 = 48$ 

Q. Nos. 14-20 carry 6 marks each

 $6 \times 7 = 42$ 

Total = 100

1. Answer the following questions :

1×10=10

তলৰ প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Give an example of a column matrix which is also a row matrix.

এটা স্তৰ্ণ মৌলিকক্ষৰ উদাহৰণ দিয়া যিটো শাৰী মৌলিকক্ষও হয়।

(b) “Diagonal elements of a skew-symmetric matrix are always zero” — Why ?

“বিষম-সমমিত মৌলিকক্ষৰ বিকৰ্ণ মৌলিকৰ সদায় শূন্য” — কিয় ?

(c) Let  $f(x) = [x]$ , where  $[x]$  is a greatest integer function and  $g(x) = x$ . Find the value of  $(f \circ g)(-\frac{1}{3})$ .

ধৰা হ'ল  $f(x) = [x]$ , য'ত  $[x]$  হ'ল গৰিষ্ঠ অখণ্ড ফলন আৰু  $g(x) = x$ .

$(f \circ g)(-\frac{1}{3})$ -ৰ মান উলিওৱা।

(d) Differentiate  $\sin x$  with respect to  $e^x$ .

$e^x$ -ৰ সাপেক্ষে  $\sin x$ -ৰ অৱকলজ উলিওৱা।

(e) Write down the value of  $\int_{-2}^2 |x| dx$ .

$\int_{-2}^2 |x| dx$ -ৰ মান লিখা।

(f) Find the order of the differential equation

$$\left(\frac{d^4 y}{dx^4}\right)^5 + \sin(y'') = 0.$$

$\left(\frac{d^4 y}{dx^4}\right)^5 + \sin(y'') = 0$  অর্কল সমীকরণটোৰ ক্ৰম নিৰ্ণয় কৰা।

(g) Find the principal value of  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ .

$\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  - ৰ মুখ্যমান উলিওৱা।

(h) Fill in the blank :

খালী ঠাই পূৰ কৰা :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \text{_____}.$$

(i) What is the direction cosine of X-axis ?

X- অক্ষৰ দিশাংক কিমান ?

(j) Let  $A$  and  $B$  be any two given sets. If  $f : A \rightarrow B$  is a onto function, then find the range of  $f$ .

ধৰা হ'ল  $A$  আৰু  $B$  যিকোনো দুটা সংহতি। যদি  $f : A \rightarrow B$  এটা আচ্ছাদক ফলন হয়, তেন্তে  $f$ -ৰ পৰিসৰ উলিওৱা।

2. Define an equivalence relation. Check whether the following relation  $R$  defined on the set of integers  $\mathbb{Z}$  is an equivalence relation or not, where  $R = \{(a, b) \mid a - b \text{ is an integer}\}$ . 1+3=4

সমতুল্যতা সম্বন্ধ সংজ্ঞা দিয়া।  $\mathbb{Z}$ -ত সংজ্ঞাবদ্ধ তলৰ সম্বন্ধ  $R$  টো সমতুল্যতা সম্বন্ধ হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা, য'ত  $R = \{(a, b) \mid a - b \text{ এটা অখণ্ড সংখ্যা}\}$ ।

**OR / অথবা**

Show that the function  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  defined as  $f(x) = 2x - 3$  is invertible. Also find the inverse of  $f$ . 4

দেখুওৱা যে  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ -ত সংজ্ঞাবদ্ধ  $f(x) = 2x - 3$  ফলনটো প্রতিলোমনীয়।  $f$ -ৰ প্রতিলোমও উলিওৱা।

3. Show that

দেখুওৱা যে

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

**OR / অথবা**

Solve the following equation :

তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

$$2 \tan^{-1} (\cos x) = \tan^{-1} (2 \operatorname{cosec} x)$$

4. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  and  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , then find the value  $\lambda$  and  $\mu$  such that  $A^2 + \lambda A + \mu I = 0$ , where 0 is zero matrix of order 2.

4

যদি  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  আৰু  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  হয়, তেন্তে  $\lambda$  আৰু  $\mu$ -ৰ মান উলিওৱা যাতে

$A^2 + \lambda A + \mu I = 0$ , য'ত 0 হৈছে 2 ঘাতৰ শূন্য মৌলকক্ষ।

OR / অথবা

Determine the value of  $a$  for which the system is consistent. 4

$a$ -ৰ মান নির্ণয় কৰা যাবে প্রণালীটো সুসংগত হয়।

$$x + y + z = 1$$

$$2x + 3y + 2z = 2$$

$$ax + ay + 2az = 4$$

5. Find the value of  $k$  so that the following function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 100x}{99}, & \text{if } x \neq 0 \\ k, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 0$ .

4

$$\text{যদি } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 100x}{99}, & \text{যদি } x \neq 0 \\ k, & \text{যদি } x = 0 \end{cases}$$

ফলনটো  $x = 0$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন হয়, তেন্তে  $k$  ৰ মান নিৰ্গয় কৰা।

6. Find  $\frac{dy}{dx}$  if — 2+2=4

উলিওৱা  $\frac{dy}{dx}$  যদিহে —

$$(i) \quad \sin^2 x + \cos^2 y = 1$$

$$(ii) \quad y = e^{\cos x}$$

7. Prove that the greatest integer function defined by

$$f(x) = [x], \quad 0 < x < 2 \text{ is not differentiable at } x = 1.$$

4

প্ৰমাণ কৰা যে  $f(x) = [x]$ ,  $0 < x < 2$ -ৰ দ্বাৰা সংজ্ঞাবদ্ধ গৰিষ্ঠ অখণ্ড ফলনটো  $x = 1$

বিন্দুত অৱকলনীয় নহয়।

[ ৬ ]

**OR / অথবা**

If (যদি)  $e^y (x+1) = 1$ , show that (দেখুওরা যে)

4

$\frac{d^2y}{dx^2} = \left( \frac{dy}{dx} \right)^2$

$$x^2 + x^3 + 5x^2 - 5x = (x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left( \frac{dy}{dx} \right)^2.$$

8. Evaluate :

2+2=4

মান নির্ণয় করা :

$$(a) \int \left( x^{3/2} + 2e^x - \frac{1}{x} \right) dx$$

$$(b) \int \sin^3 x \cos^2 x dx$$

**OR / অথবা**

Evaluate :

4

মান নির্ণয় করা :

$$\int \frac{x+3}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$$

9. Find the equations of the tangent and normal to the curve

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 2 \text{ at } (1, 1).$$

2+2=4

$x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  বক্রে  $(1, 1)$  বিন্দুত স্পর্শক আৰু অভিলম্বৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

**OR / অথবা**

Find the local maxima and local minima, if any, of the function  
 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15.$  2+2=4

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$  ফলনটোৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ আৰু স্থানীয় লঘিষ্ঠ মান উলিওৱা,  
যদি আছে।

10. A particle moves along the curve  $6y = x^3 + 2$ . Find the point(s) on  
the curve at which the  $y$ -coordinate is changing 8 times as fast as  
the  $x$ -coordinate. 4

এটা কণিকা  $6y = x^3 + 2$  বক্রৰে চলাচল কৰে। বক্রটোৰ সেই বিন্দু (বোৰ) উলিওৱা য'ত  
 $x$ -স্থানাংক তকে 8 গুণ বেছি বেগত  $y$ -স্থানাংক পৰিৱৰ্তিত হয়।

**OR / অথবা**

Show that the function  $f(x) = \cos 3x$  is neither strictly increasing  
nor decreasing on  $(0, \pi/2)$ . 4

দেখুওৱা যে  $f(x) = \cos 3x$  ফলনটো  $(0, \pi/2)$ -ত সতত বধমান বা হ্রাসমান এটাও নহয়।

11. Evaluate  $\int_0^5 (x+1) dx$  as the limit of a sum. 4

যোগফলৰ চৰম মান হিচাপে  $\int_0^5 (x+1) dx$ -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

**OR / অথবা**

Evaluate :

মান নির্ণয় করা :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

12. Show that the vector  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  is equally inclined to the axes  $OX$ ,  $OY$  and  $OZ$ .

দেখুওৱা যে  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  ভেক্টরটো  $OX$ ,  $OY$  আৰু  $OZ$  অক্ষৰ লগত সমতাৰে হেলনীয়া হয়।

**OR / অথবা**

State the triangle inequality for any two vectors and prove it.

যিকোনো দুটা ভেক্টৰৰ বাবে ত্ৰিভুজ অসমিকাটো লিখি প্ৰমাণ কৰা।

13. Probability of solving a specific problem independently by  $A$  and  $B$

are  $\frac{1}{2}$  and  $\frac{1}{3}$  respectively. If both try to solve the problem independently, find the probability that —

(i) the problem is solved  
(ii) exactly one of them solves the problem.

$A$  আৰু  $B$  যে এটা বিশেষ সমস্যা স্বতন্ত্ৰভাৱে সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা কৰ্মে  $\frac{1}{2}$  আৰু  $\frac{1}{3}$ । যদি

সমস্যাটো সমাধানৰ বাবে উভয়ে স্বতন্ত্ৰভাৱে চেষ্টা কৰে, তেন্তে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে —

(i) সমস্যাটো সমাধান হয়

(ii) তেওঁলোকৰ ঠিক এজনে সমস্যাটোৰ সমাধান আগবঢ়ায়।

## OR / অথবা

Let  $X$  denote the number of hours Rita studies during a randomly selected school day. The probability that  $X$  can take the values  $x$ , has the following form :

$$P(X=x) = \begin{cases} 0.1, & \text{if } x=0 \\ kx, & \text{if } x=1 \text{ or } 2 \\ k(5-x), & \text{if } x=3 \text{ or } 4 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

where  $k$  is an unknown constant.

(a) Find the value of  $k$ .

(b) What is the probability that Rita studies at least two hours, exactly two hours and at most two hours ?

যদিচিকভাবে নির্বাচন করা স্কুলীয়া দিনত কোনোবা এদিন বীতাব অধ্যয়ন কৰা মুঠ ঘণ্টাৰ সংখ্যাটো  $X$  ৰে বুজোৱা হ'ল।  $X$ -ৰ মান  $x$  হোৱাৰ সম্ভাৰিতাক নিম্নোক্ত কৰ্পত প্ৰকাশ কৰা হৈছে :

$$P(X=x) = \begin{cases} 0.1, & \text{যদি } x = 0 \\ kx, & \text{যদি } x = 1 \text{ বা } 2 \\ k(5-x), & \text{যদি } x = 3 \text{ বা } 4 \\ 0, & \text{অন্যথা} \end{cases}$$

য'ত  $k$  এটা অজ্ঞাত ধৰক।

(a)  $k$ -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(b) বীতাই কমপক্ষে দুই ঘণ্টা, সঠিক দুই ঘণ্টা আৰু সৰোচ দুই ঘণ্টা অধ্যয়ন কৰাৰ সম্ভাৰিতাবোৰ কিমান ?

14. Find the minors and cofactors of the elements of the determinant 3+3=6

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

$$xb(x^2 + 5x) = yb(yx + 5x)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

নির্ণয়ক্টোর মৌলবোৰ অনুৰাশি আৰু সহৰাশি উলিওৱা।

**OR / অথবা**

Find  $A^{-1}$  by using elementary transformation, where —

6

মৌলিক ক্রপান্তৰ প্ৰক্ৰিয়া প্ৰয়োগ কৰি  $A^{-1}$  উলিওৱা য'ত —

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

15. Define homogeneous function of degree  $n$ . Solve the differential equation 1+5=6

$$(x^2 + xy) dy = (x^2 + y^2) dx$$

$n$  মাত্রার সমমাত্রিক ফলনের সংজ্ঞা দিয়া।

$(x^2 + xy) dy = (x^2 + y^2) dx$  অরকল সমীকরণটোর সমাধান উলিওৱা।

**OR / অথবা**

(i) Solve the differential equation : 3

অরকল সমীকরণটোর সমাধান উলিওৱা :

$$x \frac{dy}{dx} + (2x + 1)y = xe^{-2x}$$

(ii) Form the differential equation of the family of circles touching the  $X$ -axis at origin. 3

মূলবিন্দুত  $X$ -অক্ষক স্পর্শ কৰা বৃত্তৰ পৰিয়াল এটাৰ অরকল সমীকরণটো গঠন কৰা।

16. Integrate :

অনুকলন কৰা :

$$(a) \int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}} dx$$

$$(b) \int x \sin^{-1} x dx$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = A$$

2+4=6

$$\text{bms } (\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) \times (\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})) = \vec{0}$$

$$(a) \int \left( \frac{2\cos x - 3\sin x}{6\cos x + 4\sin x} \right) dx \quad \text{তাত্ত্ব} (\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = \vec{0}$$

$$(b) \int \frac{x^3 + x + 1}{x^2 - 1} dx \quad \text{তাত্ত্ব } (\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = \vec{0} \quad 2+4=6$$

17. For any three vectors  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , prove that

$$(\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \quad \text{তাত্ত্ব } \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \quad 6$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \quad \text{তাত্ত্ব } \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$$

$$0 = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \quad \text{যিকোনো তিনিটা ভেক্টর } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{-র বাবে প্রমাণ করা যে}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \quad \text{তাত্ত্ব } \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \quad 1$$

OR / অথবা

Three vectors  $\vec{a}, \vec{b}$  and  $\vec{c}$  satisfy the condition  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ .  
Evaluate the quantity

$$\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} \quad \text{if } |\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4 \text{ and } |\vec{c}| = 2. \quad 6$$

$\vec{a}, \vec{b}$  আৰু  $\vec{c}$  ভেক্টৰ তিনিটাই  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  চৰ্ত সিদ্ধ কৰে।

$\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যদিহে  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4$  আৰু  $|\vec{c}| = 2$  হয়।

18. Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}). \quad \text{বের্খা } \frac{x+2y+3z-5}{\sqrt{1+4+16}} \quad 6$$

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ আৰু}$$

$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$  বেখা দুড়ালৰ মাজৰ নূন্যতম দূৰত্ব উলিওৱা।

**OR / অথবা**

Find the equation of the plane passing through the point  $(-1, 3, 2)$  and perpendicular to each of the planes  $x+2y+3z=5$  and  $3x+3y+z=0$ . 6

$(-1, 3, 2)$  বিন্দুৰে যোৱা আৰু  $x+2y+3z=5$  আৰু  $3x+3y+z=0$  সমতল দুখনৰ প্রত্যেকৰে লম্বভাৱে থকা সমতলখনৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

19. Minimize  $Z = 3x + 5y$

subject to  $x+3y \geq 3$

$$x+y \geq 2$$

$$x, y \geq 0$$

$$x+3y \geq 3$$

$$x+y \geq 2$$

$x, y \geq 0$  সীমাবদ্ধতা সাপেক্ষে  $Z = 3x + 5y$  -ৰ সবনিম্ন মান উলিওৱা।

**OR / অথবা**

Minimise and Maximise  $Z = 5x + 10y$

subject to

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$$x, y \geq 0$$

6

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$x, y \geq 0$  সাপেক্ষে  $Z = 5x + 10y$  -র সর্বোচ্চ আৰু সবৰ্নিম মান উলিওৱা।

20. Of the students in a college, it is known that 60% reside in hostel and 40% are day scholars (not residing in hostel). Previous year results report that 30% of all students who reside in hostel attain A grade and 20% of day scholars attain A grade in their annual examination. At the end of the year, one student is chosen at random from the college and he has an A grade, what is the probability that the student is a hostlier ?

6

এখন মহাবিদ্যালয়ৰ 60% যে ছাত্রাবাসত আৰু 40% যে ছাত্রাবাসত নাথাকে বুলি জানিব পৰা গ'ল। আগৰ বছৰৰ ফলাফল অনুসৰি বছৰেকীয়া পৰীক্ষাত ছাত্রাবাসত থকা সকলো ছাত্র 30% যে আৰু ছাত্রাবাসত নথকা ছাত্রসকলৰ 20% যে A গ্ৰেড পাইছিল। বছৰৰ অন্তত মহাবিদ্যালয়খনৰ যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা এজন ছাত্রই A গ্ৰেড পালে। ছাত্ৰজন ছাত্রাবাসৰ আবাসী হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান ?

**OR / অথবা**

Find the mean number of heads in three tosses of a fair coin.

6

এটা নিখুঁত মুদ্রা তিনিবাৰ টছ কৰি পোৱা মুণ্ড সংখ্যাৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

