

A student in a blue shirt is seen from behind, writing on a chalkboard. The board is filled with various mathematical problems and diagrams. The text 'CAREERS360' is overlaid at the top in white. At the bottom, the text 'AHSEC HS Maths' is in white and 'Question Paper 2022' is in yellow.

**CAREERS360**

**AHSEC HS Maths**  
**Question Paper 2022**

32T MATH

Total number of pages - 16

2022

## MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : Three hours

*The figures in the margin indicate full marks for the questions.*

Q. No. 1 (a-j) carries 1 mark each

1×10 = 10

Q. Nos. 2-13 carry 4 marks each

4×12 = 48

Q. Nos. 14-20 carry 6 marks each

6×7 = 42

Total = 100



1. Answer the following questions :

1×10=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) Give an example of a column matrix which is also a row matrix.

এটা স্তম্ভ মৌলকক্ষৰ উদাহৰণ দিয়া যিটো শাৰী মৌলকক্ষও হয়।

- (b) “Diagonal elements of a skew-symmetric matrix are always zero” — Why?

“বিষম-সমমিত মৌলকক্ষৰ বিকৰ্ণ মৌলবোৰ সদায় শূন্য” — কিয়?

- (c) Let  $f(x) = [x]$ , where  $[x]$  is a greatest integer function and  $g(x) = x$ . Find the value of  $(f \circ g)(-\frac{1}{3})$ .

ধৰা হ'ল  $f(x) = [x]$ , য'ত  $[x]$  হ'ল গৰিষ্ঠ অখণ্ড ফলন আৰু  $g(x) = x$ .  $(f \circ g)(-\frac{1}{3})$ -ৰ মান উলিওৱা।

- (d) Differentiate  $\sin x$  with respect to  $e^x$ .

$e^x$ -ৰ সাপেক্ষে  $\sin x$ -ৰ অৱকলজ উলিওৱা।

- (e) Write down the value of  $\int_{-2}^2 |x| dx$ .

$\int_{-2}^2 |x| dx$ -ৰ মান লিখা।



(f) Find the order of the differential equation

$$\left(\frac{d^4 y}{dx^4}\right)^5 + \sin(y'') = 0.$$

$$\left(\frac{d^4 y}{dx^4}\right)^5 + \sin(y'') = 0 \text{ অৱকল সমীকৰণটোৰ ক্ৰম নিৰ্ণয় কৰা।}$$

(g) Find the principal value of  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ .

$\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  -ৰ মুখ্যমান উলিওৱা।

(h) Fill in the blank :

খালী ঠাই পূৰ কৰা :

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(i) What is the direction cosine of X-axis ?

X-অক্ষৰ দিশাংক কিমান ?

(j) Let  $A$  and  $B$  be any two given sets. If  $f : A \rightarrow B$  is a onto function, then find the range of  $f$ .

ধৰা হ'ল  $A$  আৰু  $B$  যিকোনো দুটা সংহতি। যদি  $f : A \rightarrow B$  এটা আচ্ছাদক ফলন হয়, তেন্তে  $f$ -ৰ পৰিসৰ উলিওৱা।



2. Define an equivalence relation. Check whether the following relation  $R$  defined on the set of integers  $\mathbb{Z}$  is an equivalence relation or not, where  $R = \{(a, b) \mid a - b \text{ is an integer}\}$ . 1+3=4

সমতুল্যতা সম্বন্ধৰ সংজ্ঞা দিয়া।  $\mathbb{Z}$ -ত সংজ্ঞাবদ্ধ তলৰ সম্বন্ধ  $R$  টো সমতুল্যতা সম্বন্ধ হ'বনে নহ'ব পৰীক্ষা কৰা, য'ত  $R = \{(a, b) \mid a - b \text{ এটা অখণ্ড সংখ্যা}\}$ ।

**OR/ অথবা**

Show that the function  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  defined as  $f(x) = 2x - 3$  is invertible. Also find the inverse of  $f$ . 4

দেখুওৱা যে  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ -ত সংজ্ঞাবদ্ধ  $f(x) = 2x - 3$  ফলনটো প্ৰতিলোমনীয়।  $f$ -ৰ প্ৰতিলোমও উলিওৱা।

3. Show that

দেখুওৱা যে

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

**OR/ অথবা**

Solve the following equation:

তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

$$2 \tan^{-1} (\cos x) = \tan^{-1} (2 \operatorname{cosec} x)$$



4. If  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  and  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , then find the value  $\lambda$  and  $\mu$

such that  $A^2 + \lambda A + \mu I = 0$ , where 0 is zero matrix of order 2.

4

যদি  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  আৰু  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  হয়, তেন্তে  $\lambda$  আৰু  $\mu$ -ৰ মান উলিওৱা যাতে

$A^2 + \lambda A + \mu I = 0$ , য'ত 0 হৈছে 2 ঘাতৰ শূন্য মৌলিককক্ষ।

**OR / অথবা**

Determine the value of  $a$  for which the system is consistent. 4

$a$ -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যাৰ বাবে প্ৰণালীটো সুসংগত হয়।

$$x + y + z = 1$$

$$2x + 3y + 2z = 2$$

$$ax + ay + 2az = 4$$



5. Find the value of  $k$  so that the following function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 100x}{99}, & \text{if } x \neq 0 \\ k, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

is continuous at  $x = 0$ .

4

$$\text{যদি } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 100x}{99}, & \text{যদি } x \neq 0 \\ k, & \text{যদি } x = 0 \end{cases}$$

ফলনটো  $x = 0$  বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন হয়, তেন্তে  $k$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

6. Find  $\frac{dy}{dx}$  if —  $2+2=4$

উলিওৱা  $\frac{dy}{dx}$  যদিহে —

(i)  $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$

(ii)  $y = e^{\cos x}$

7. Prove that the greatest integer function defined by

$$f(x) = [x], 0 < x < 2 \text{ is not differentiable at } x = 1.$$

4

প্রমাণ কৰা যে  $f(x) = [x], 0 < x < 2$ -ৰ দ্বাৰা সংজ্ঞাবদ্ধ গৰিষ্ঠ অখণ্ড ফলনটো  $x = 1$

বিন্দুত অৱকলনীয় নহয়।



OR/ অথবা

If (যদি)  $e^y(x+1)=1$ , show that ( দেখুওরা যে ) 4

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2.$$

8. Evaluate :

2+2=4

মান নির্ণয় করা :

(a)  $\int \left( x^{3/2} + 2e^x - \frac{1}{x} \right) dx$

(b)  $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$

OR/ অথবা

Evaluate :

4

মান নির্ণয় করা :

$$\int \frac{x+3}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$$

9. Find the equations of the tangent and normal to the curve

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 2 \text{ at } (1, 1).$$

2+2=4

$x^{2/3} + y^{2/3} = 2$  বক্রের (1, 1) বিন্দুত স্পর্শক আৰু অভিলম্বৰ সমীকৰণ উলিওৱা।



OR/ অথবা

Find the local maxima and local minima, if any, of the function  
 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$ . 2+2=4

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$  ফলনটোৰ স্থানীয় গৰিষ্ঠ আৰু স্থানীয় লঘিষ্ঠ মান উলিওৱা, যদি আছে।

10. A particle moves along the curve  $6y = x^3 + 2$ . Find the point(s) on the curve at which the  $y$ -coordinate is changing 8 times as fast as the  $x$ -coordinate. 4

এটা কণিকা  $6y = x^3 + 2$  বক্ৰৰে চলাচল কৰে। বক্ৰটোৰ সেই বিন্দু (বোৰ) উলিওৱা য'ত  $x$ -স্থানাংক তকৈ 8 গুণ বেছি বেগত  $y$ -স্থানাংক পৰিৱৰ্তিত হয়।

OR/ অথবা

Show that the function  $f(x) = \cos 3x$  is neither strictly increasing nor decreasing on  $(0, \pi/2)$ . 4

দেখুওৱা যে  $f(x) = \cos 3x$  ফলনটো  $(0, \pi/2)$ -ত সতত বৰ্ধমান বা হ্ৰাসমান এটাও নহয়।

11. Evaluate  $\int_0^5 (x+1) dx$  as the limit of a sum. 4

যোগফলৰ চৰম মান হিচাপে  $\int_0^5 (x+1) dx$ -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।



OR/ অথবা

Evaluate :

4

মান নির্ণয় কৰা :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$$

12. Show that the vector  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  is equally inclined to the axes OX, OY and OZ. 4

দেখুওৱা যে  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  ভেক্টৰটো OX, OY আৰু OZ অক্ষৰ লগত সমভাৱে হেলনীয়া হয়।

OR/ অথবা

State the triangle inequality for any two vectors and prove it. 1+3=4

যিকোনো দুটা ভেক্টৰৰ বাবে ত্ৰিভুজ অসমিকটো লিখি প্ৰমাণ কৰা।

13. Probability of solving a specific problem independently by A and B are  $\frac{1}{2}$  and  $\frac{1}{3}$  respectively. If both try to solve the problem independently, find the probability that — 2+2=4

- (i) the problem is solved  
(ii) exactly one of them solves the problem.

A আৰু B য়ে এটা বিশেষ সমস্যা স্বতন্ত্ৰভাৱে সমাধান কৰাৰ সম্ভাৱিতা ক্ৰমে  $\frac{1}{2}$  আৰু  $\frac{1}{3}$ । যদি সমস্যাটো সমাধানৰ বাবে উভয়ে স্বতন্ত্ৰভাৱে চেষ্টা কৰে, তেন্তে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে —

- (i) সমস্যাটো সমাধান হয়  
(ii) তেওঁলোকৰ ঠিক এজনে সমস্যাটোৰ সমাধান আগবঢ়ায়।



OR/ অথবা

Let  $X$  denote the number of hours Rita studies during a randomly selected school day. The probability that  $X$  can take the values  $x$ , has the following form :

$$P(X=x) = \begin{cases} 0.1, & \text{if } x=0 \\ kx, & \text{if } x=1 \text{ or } 2 \\ k(5-x), & \text{if } x=3 \text{ or } 4 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

where  $k$  is an unknown constant.

(a) Find the value of  $k$ .

(b) What is the probability that Rita studies at least two hours, exactly two hours and at most two hours ?  $1+1+1=4$

যাদৃচ্ছিকভাৱে নিৰ্বাচন কৰা স্কুলীয়া দিনত কোনোবা এদিন ৰীতাৰ অধ্যয়ন কৰা মুঠ ঘণ্টাৰ সংখ্যাটো  $X$  ৰে বুজোৱা হ'ল।  $X$ -ৰ মান  $x$  হোৱাৰ সম্ভাৱিতাক নিম্নোক্ত ৰূপত প্ৰকাশ কৰা হৈছে :

$$P(X=x) = \begin{cases} 0.1, & \text{যদি } x = 0 \\ kx, & \text{যদি } x = 1 \text{ বা } 2 \\ k(5-x), & \text{যদি } x = 3 \text{ বা } 4 \\ 0, & \text{অন্যথা} \end{cases}$$

য'ত  $k$  এটা অজ্ঞাত ধ্ৰুৱক।

(a)  $k$ -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(b) ৰীতাই কমপক্ষে দুই ঘণ্টা, সঠিক দুই ঘণ্টা আৰু সৰ্বোচ্চ দুই ঘণ্টা অধ্যয়ন কৰাৰ সম্ভাৱিতাবোৰ কিমান ?



14. Find the minors and cofactors of the elements of the determinant 3+3=6

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{vmatrix}$$

নির্ণায়কটোৰ মৌলবোৰৰ অনুৰাশি আৰু সহৰাশি উলিওৱা।

OR / অথবা

Find  $A^{-1}$  by using elementary transformation, where —

6

মৌলিক ৰূপান্তৰ প্ৰক্ৰিয়া প্ৰয়োগ কৰি  $A^{-1}$  উলিওৱা য'ত —

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$



15. Define homogeneous function of degree  $n$ . Solve the differential equation 1+5=6

$$(x^2 + xy) dy = (x^2 + y^2) dx$$

$n$  মাত্রাৰ সমমাত্রিক ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

$$(x^2 + xy) dy = (x^2 + y^2) dx \text{ অৱকল সমীকৰণটোৰ সমাধান উলিওৱা।}$$

**OR / অথবা**

- (i) Solve the differential equation :

অৱকল সমীকৰণটোৰ সমাধান উলিওৱা :

$$x \frac{dy}{dx} + (2x + 1) y = x e^{-2x}$$

- (ii) Form the differential equation of the family of circles touching the X-axis at origin. 3

মূলবিন্দুত X-অক্ষক স্পৰ্শ কৰা বৃত্তৰ পৰিয়াল এটাৰ অৱকল সমীকৰণটো গঠন কৰা।

16. Integrate :

অনুকলন কৰা :

$$(a) \int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}} dx$$

$$(b) \int x \sin^{-1} x dx$$

2+4=6



OR/ অথবা

$$(a) \int \left( \frac{2\cos x - 3\sin x}{6\cos x + 4\sin x} \right) dx$$

$$(b) \int \frac{x^3 + x + 1}{x^2 - 1} dx$$

17. For any three vectors  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , prove that

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \quad 6$$

যিকোনো তিনটি ভেক্টর  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ -র বাবে প্রমাণ করা যে

$$\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c} \mid$$

OR/ অথবা

Three vectors  $\vec{a}, \vec{b}$  and  $\vec{c}$  satisfy the condition  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ .  
Evaluate the quantity

$$\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} \quad \text{if } |\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4 \text{ and } |\vec{c}| = 2. \quad 6$$

$\vec{a}, \vec{b}$  আর  $\vec{c}$  ভেক্টর তিনটিই  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  চর্ত সিদ্ধ করে।

$\mu = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ -র মান নির্ণয় করা যদিহে  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 4$  আর  $|\vec{c}| = 2$  হয়।



18. Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}). \quad 6$$

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ আৰু}$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) \text{ ৰেখা দুডালৰ মাজৰ ন্যূনতম দূৰত্ব উলিওৱা।}$$

OR/ অথবা

Find the equation of the plane passing through the point  $(-1, 3, 2)$  and perpendicular to each of the planes  $x + 2y + 3z = 5$  and  $3x + 3y + z = 0$ . 6

$(-1, 3, 2)$  বিন্দুৰে যোৱা আৰু  $x + 2y + 3z = 5$  আৰু  $3x + 3y + z = 0$  সমতল দুখনৰ প্ৰত্যেকৰে লম্বভাৱে থকা সমতলখনৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

19. Minimize  $Z = 3x + 5y$

subject to  $x + 3y \geq 3$

$$x + y \geq 2$$

$$x, y \geq 0$$

$$x + 3y \geq 3$$

$$x + y \geq 2$$

$x, y \geq 0$  সীমাবদ্ধতা সাপেক্ষে  $Z = 3x + 5y$  -ৰ সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱা। 6



OR/ অথবা

Minimise and Maximise  $Z = 5x + 10y$   
subject to

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$$x, y \geq 0$$

6

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$x, y \geq 0$  সাপেক্ষে  $Z = 5x + 10y$  -ৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱা।

20. Of the students in a college, it is known that 60% reside in hostel and 40% are day scholars (not residing in hostel). Previous year results report that 30% of all students who reside in hostel attain A grade and 20% of day scholars attain A grade in their annual examination. At the end of the year, one student is chosen at random from the college and he has an A grade, what is the probability that the student is a hostler ? 6

এখন মহাবিদ্যালয়ৰ 60% য়ে ছাত্ৰাবাসত আৰু 40% য়ে ছাত্ৰাবাসত নাথাকে বুলি জানিব পৰা গ'ল। আগৰ বছৰৰ ফলাফল অনুসৰি বছৰেকীয়া পৰীক্ষাত ছাত্ৰাবাসত থকা সকলো ছাত্ৰৰ 30% য়ে আৰু ছাত্ৰাবাসত নথকা ছাত্ৰসকলৰ 20% য়ে A গ্ৰেড পাইছিল। বছৰৰ অন্তত মহাবিদ্যালয়খনৰ যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা এজন ছাত্ৰই A গ্ৰেড পালে। ছাত্ৰজন ছাত্ৰাবাসৰ আবাসী হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান ?

OR/ অথবা

Find the mean number of heads in three tosses of a fair coin.

6

এটা নিখুঁত মুদ্ৰা তিনিবাৰ টছ কৰি পোৱা মুণ্ড সংখ্যাৰ মাধ্যম নিৰ্ণয় কৰা।

\_\_\_\_\_x\_\_\_\_\_



OR / অথবা

Minimize and Maximize  $Z = 5x + 10y$

subject to

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \leq 60$$

$$x - 2y \leq 0$$

$$x, y \geq 0$$

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \leq 60$$

$$x - 2y \leq 0$$

$$x, y \geq 0 \text{ যাতে } Z = 5x + 10y - \text{এর মান উল্লিখিত।}$$

20. Of the students in a college, it is known that 60% reside in hostel and 40% are day scholars (not residing in hostel). Previous year results report that 30% of all students who reside in hostel attain A grade and 20% of day scholars attain A grade in their annual examination. At the end of the year, one student is chosen at random from the college and he has an A grade. What is the probability that the student is a hostler?

এক মহাবিদ্যালয়ের 60% ছাত্র বাসভাড়া এবং 40% ছাত্র দৈনিক পড়াশোনা করে। গত বছর প্রাপ্ত ফলাফল অনুযায়ী বাসভাড়ার 30% ছাত্র এবং দৈনিক পড়াশোনার 20% ছাত্র A গ্রেডে পড়েন। বছর শেষে একজন ছাত্র বাসভাড়া বা দৈনিক পড়াশোনা করে এমন A গ্রেডে পড়েন। এই ছাত্রের বাসভাড়া হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

OR / অথবা

Find the mean number of heads in three tosses of a fair coin.

এক ন্যায্য মুদ্রা তিনবার নিক্ষেপের ক্ষেত্রে মাথা পড়ার গড় সংখ্যা নির্ণয় করুন।